

准二维磁场的边值测量

孙亲仁 林樹棧 李增譜

传统的在磁铁几何中心平面上测量单一 z 分量的方法, 对比较复杂的场形很难据以求得高准确度的磁场空间分布。沿磁场空间的一条封闭边界线测量磁场的诸分量(简称边值测量)可以准确地求出域内的磁场分布。本文叙述了利用霍尔法进行边值测量的装置和方法, 比较详细地叙述了测量数据的处理。归一化场值的测量准确度为 $\pm 1 \times 10^{-3}$ *。用本测量结果计算出的归一化场空间分布比用传统方法的测量结果(准确度也以 $\pm 1 \times 10^{-3}$ 计)算出的要准确一个数量级。

一、问题的提出

F-3 同位素电磁分离器的磁场采取条形垫片垫补, 其磁场在理论上是二维的。由于真空室的变形, 实际上是准二维准平面对称的。

我们的目的在于测量真空室内离子束传输空间的磁场分布, 以计算带电粒子在分离空间的轨迹和束形。传统的测量方法是在几何中心平面上($z=0$ 对称面上), 测量磁场的 z 分量沿 y 轴的分布(见图 1), 将测得的相对分布曲线用幂级数逼近, 然后由场的散度和旋度等于零的性质给出场的空间分布^[1]。用这种方法所得的结果表明: 尽管场测量的精度高于

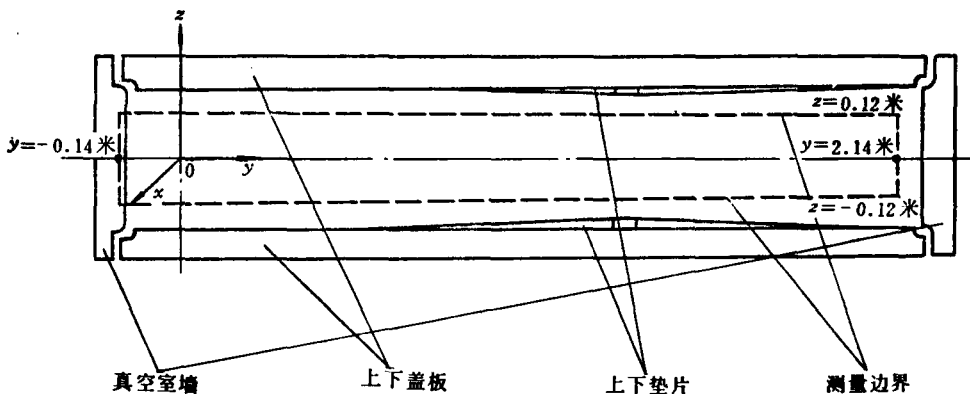


图 1 F-3 同位素电磁分离器真空室、垫片的座标系及边界上作边值测量的示意图

$\pm 1 \times 10^{-3}$, 但对于我们所考虑的这种场的分布, 在中间平面上的归一化场分布用幂级数来逼近时, 幂次数取到 12 次项, 最大逼近误差仍达 $\pm 5 \times 10^{-3}$ 。很明显, 空间分布的误差一定更大了。特别是 F-3 分离器的实际场又是准二维准平面对称的, 传统方法更有困难。为此, 我们采用了边值方法来解决准二维准平面对称磁场的场分布计算问题^[2]。这要求场测量工作改为沿空间某一封闭边界(见图 1 的虚线)作场的诸分量测量。这样的封闭边界在 x 等于

* 关于归一化场值的定义见文献[2]序言中的注。

不同常数的 y - z 平面上一共取五条。我们简称这种场测量为边值测量,以区别于传统方法。

二、测量方法的选择

大家知道在磁中心面和几何中心面真正重合的理想情况下,中心面上的场是完全垂直于这个平面的。因此,在中心平面上测场,只要测量一个 z 分量。然而,在边值测量的情况下,通常要同时测量场的三个分量。对准二维场, x 向分量很小,而且可通过 z 、 y 两分量进行计算^[2],因此,能测得 z 、 y 两分量就可以了。

测量场分量原则上可以采用线圈法和霍尔法。线圈法的测量精度高,线性好,数据处理简单。但要有一个精密而复杂的机械装置。线圈本身也要做得很小,才能符合点测量的要求。霍尔法所用的探测元件体积小,响应快,相应的机械装置相对来说比较简单,适于作大量数据的场分量的自动测量。但霍尔法的测量精度较低,线性也较差。由于可以通过大量的数据处理工作使测量结果的精度得到提高,所以我们仍选用霍尔法。

三、平面霍尔效应

用霍尔法测量场分量都会遇到平面霍尔效应影响测量准确度的问题^[3]。所谓平面霍尔效应是指磁场方向与霍尔片平面平行时,在霍尔电压输出端出现电势的现象。因此,在测量 y 分量时必须考虑 z 分量的影响,反之也一样。

测量分量场时,霍尔片的输出电压可表示为

$$V = V_{\perp} - V_{\parallel} = K_1 I_c B_{\perp} - K_p I_c B_{\parallel}^2 \sin 2\phi, \quad (1)$$

其中 V_{\perp} ——通常的垂直霍尔电压;

V_{\parallel} ——平面霍尔电压;

K_1 ——霍尔灵敏度;

K_p ——平面霍尔效应灵敏度;

B_{\perp} 、 B_{\parallel} ——分别为磁场在霍尔片上的垂直分量和水平分量;

I_c ——霍尔控制电流;

ϕ —— B_{\parallel} 和 I_c 的夹角。

采用直角座标系统、并考虑到不等位势 V_0 和非线性项,则(1)式变为:

$$V_z = V_{0z} + [K_{1z} B_z + K_{2z} B_z^2 + \dots - 2 K_{pz} B_x B_y] I_c; \quad (2)$$

$$V_y = V_{0y} + [K_{1y} B_y + K_{2y} B_y^2 + \dots - 2 K_{py} B_x B_x] I_c; \quad (3)$$

$$V_x = V_{0x} + [K_{1x} B_x + K_{2x} B_x^2 + \dots - 2 K_{px} B_y B_z] I_c. \quad (4)$$

平面霍尔效应灵敏度的测量方法可参考文献[3]。我们测量了用于测量 y 分量和 x 分量的霍尔片的平面霍尔效应灵敏度,结果分别为,

$$K_{py} = 15.9 \times 10^{-3} \text{毫伏/忒斯拉}^2 \cdot \text{毫安};$$

$$K_{px} = 23.7 \times 10^{-3} \text{毫伏/忒斯拉}^2 \cdot \text{毫安}.$$

四、霍尔探头装置

三只霍尔片要互相垂直放置,以构成直角坐标系。我们采取三次重合测量法:即将三

只霍尔片分别贴在一块黄铜座的三个互相垂直的面上,三垂直面的中心各相距 40 毫米,霍尔片的敏感中心与垂直面的中心吻合, z 片(测 z 分量用)居中为 i 点, x 片居左为 $i+1$ 点, y 片居右为 $i-1$ 点,由传动和定位装置保证探头每隔 40 毫米对 V_x, V_y, V_z 各测量一次。例如,在 i 点时测得 $V_{xi}, V_{y, i-1}$, 和 $V_{z, i+1}$ 。三次测量就可以测得空间某一点的三个分量。因为被测场的 z 分量比 x, y 分量大得多,为避免测 x, y 分量时 z 分量的窜入,对 y 片和 x 片的垂直度要求是苛刻的。我们则在铜座上设有相应的机械微调机构。

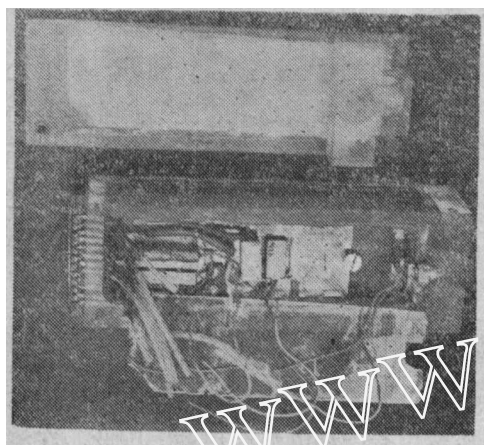


图 2 S 探头实物照片

图 2 为测量探头的实物照片,贴有霍尔片的铜座装在 $120 \times 39 \times 32$ 毫米³的有机玻璃盒中,为了绝热,盒的内壁衬以石棉片。选用了三只 FC-32 型磷砷化铟霍尔片。用康铜丝绕制的无感加热电阻 R_W 使探头盒加热到工作温度,铜座内部埋有热敏电阻 R_T 以提供温度控制信号和温度测量信号。

除测量探头外,还在场变化很小的所谓平区设置了一个固定的单霍尔片探头,作为监测之用。我们简称测量探头为 S 探头,监测探头为 M 探头。M 片与 x, y, z 三片的控制电流端作串联连接,用一台 YJ-10 A 型稳流电源统一供电。M 探头用作监视磁场和稳流源的漂移。因而,可以在数据处理时,消除它们的影响。M 探头的外形尺寸为 $60 \times 39 \times 32$ 毫米。内部结构与 S 探头大体相同,也有加热电阻和热敏电阻。

为了控制两只探头内的温度,分别自制了两套半导体温控线路。工作时实际性能为:在测量时间内(4-6 小时),S 探头为 $40.3 \pm 0.3^\circ\text{C}$, M 探头为 $44.3 \pm 0.1^\circ\text{C}$ 。可见 S 探头的温控情况是不够理想的。为进一步消除温度变化对测量精度的影响,在数据处理时采取附加措施。详情见下述。

探头盒内部诸元件的引线,通过若干微孔引到有机玻璃盒外的排插上,然后通过约 20 米长的绞合线引到远离磁铁的温控线路、稳流电源和数据记录系统上去。

五、探头的系统校正

上面已经指出,由于存在不等位势和非线性项,垂直霍尔电压与磁场 B 的关系必须用一个多项式来表达:

$$V_{\perp} = K_0 I_c + K_1 I_c B + K_2 I_c B^2 + \dots = \sum_{j=0}^n K_j I_c B^j \quad (5)$$

其中 $K_0 I_c = V_0$ 即所谓不等位势; V_{\perp} 的单位用毫伏, I_c 的单位用毫安, B 的单位用特斯拉 [T]。多项式系数通过校正测量获得。方法是将霍尔探头和用作标准测量的 $V-f$ 法测量线圈^[4]同置于场的平区,使霍尔片垂直于磁场,调整恒温装置到工作温度、霍尔控制电流至 100 毫安,然后改变磁场大小,即可测出一系列相应的 V_{\perp} 值(霍尔电压值)和 N 值($V-f$ 法获得的累计脉冲数)。通过公式

$$B = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_N}{WS} N \quad (6)$$

从测出的 N 值, 求出相应的 B 值^[4]。再将此 B 值代入(5)式, 与相应的 V_{\perp} 一起, 就可求解系数 K_j 。(6)式中, C_N 为磁通计数常数; WS 为测量线圈的圈面积。

由于测量线圈圈面积的测量准确度难以高于 $\pm 0.1\%$, 因此, 如果我们用 $V-f$ 法对霍尔探头作绝对校正, 那是不合理的。但我们进行的是场的相对测量, 关心的首先是定标方法的线性, 其次才是它的绝对值。 $V-f$ 法的相对测量精确度为 $\pm 1.2 \times 10^{-4}$, 因此用 $V-f$ 法对霍尔片进行系统校正是合适的。

应该指出: z 片和 M 片只用于单方向测量, 而 x 片和 y 片则用于双向测量, 因此, 对它们应进行正负 B 值的校正测量。

利用校正测量得到的 n 对 V_{\perp} , B 值, 采用最小二乘法求多项式(5)的系数。众所周知, 这些系数满足通常的正规方程:

$$\begin{aligned} K_0 I_c \sum_{l=0}^n B_l^0 + K_1 I_c \sum_{l=0}^n B_l^1 + K_2 I_c \sum_{l=0}^n B_l^2 + \dots + K_m I_c \sum_{l=0}^n B_l^{m-1} \\ = \sum_{l=0}^n B_l^q V_{\perp l} \quad (q=0, 1, \dots, m) \end{aligned} \quad (7)$$

这样, 当我们给出一组 $B_l, V_{\perp l} (l=0, 1, \dots, n)$ 后, 即可求出 $K_j I_c (j=0, 1, \dots, m)$ 。

求解(7)式是在 DJS-21 计算机上进行的。解算方法采用主元素消去法。按照均方根偏差尽可能小, 逼近次数又尽可能低的原则, 对计算的四个霍尔片 (z, y, x 和 M 片) 的多项式次数分别取 6, 5, 5 和 7 次。

表 1 列出了 V_0 和 K_j 的计算结果, 表中的 $\Delta = V_{\perp} - V_{\perp c}$ 表示校正测量给出的 V_{\perp} 值和校正曲线上 V_{\perp} 值的均方根差。

六、探头的传动、定位和数据记录

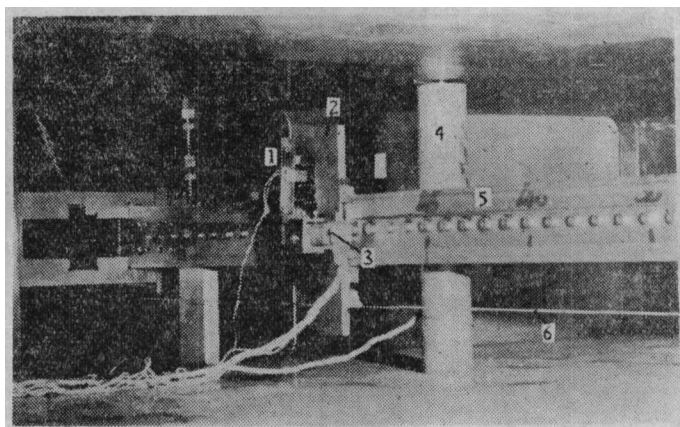


图 3 测磁支架照片

1——吸引线圈; 2——滑块; 3——s 探头; 4——M 探头支柱; 5——导杆; 6——牵引绳。

测磁支架原用在几何中心面上, 以线圈法手动测量单一 z 分量的。现加以改造用于霍尔法磁场边值的半自动测量 (见图 3)。在长的铝导杆上装有滑块, 可沿 y 方向运动, 滑块

表 1 四个霍尔片的 V_{\perp}, B 逼近多项式系数

霍尔片 \ 系数	V_0	K_1	K_2	K_3	K_4	K_5	K_6	K_7	$\Delta = V_{\perp} - V_{\perp c}$, 毫伏
z 片	-0.8720×10^{-1}	0.1211×10^1	-0.1690×10^0	0.2560×10^1	-0.1384×10^2	0.3777×10^2	-0.3877×10^2		0.3229×10^{-2}
y 片	0.3200×10^{-1}	0.1323×10^1	0.1355×10^{-7}	0.1588×10^1	-0.2848×10^{-5}	-0.1347×10^3			0.3788×10^{-2}
x 片	-0.3100×10^{-1}	0.1041×10^1	0.3515×10^{-6}	0.8256×10^3	-0.3062×10^{-3}	-0.5229×10^6			0.8506×10^{-8}
M 片	0.3708×10^{-1}	0.1301×10^1	0.3970×10^0	-0.7937×10^1	0.7111×10^2	-0.3138×10^3	0.6801×10^3	-0.5756×10^3	0.1985×10^{-2}

上固定有 S 探头，可在 $z=0, \pm 0.04, \pm 0.08$ 和 ± 0.12 米等 7 个不同高度上固定。

伺服电机 SD-09 通过一系列导向滑轮，用康铜丝绞制的绳索，牵引滑块。

M 探头则固定在铜柱上。

S 探头利用定位销定位。铝导杆上每 40 毫米有一个定位销孔，孔系用座标镗床加工，可保证孔径和孔距的精度要求。滑块行进中的到位控制则利用一只无铁吸引线圈。该线圈装在滑块的左侧。图 4 是它的作用原理图。将吸引线圈通以一定方向的直流电后，因为它处在分离器磁场中，所以将受力按箭头方向转动。于是，和线圈连在一起的挡片就脱离定位销。这时，可启动电机使滑块前进，当滑块与挡片前进到一定程度，即处于前后两个定位销之间时，吸引线圈即可断电。此时线圈和挡片借助于橡皮绳的拉力返回原位。但电机还在旋转，滑块继续前进，待挡片一旦碰到下一个定位销时，电机立刻停止，探头因而到达新的测量位置。

为了保证探头的传动、定位和测量的顺序进行，要求控制设备依次做到：

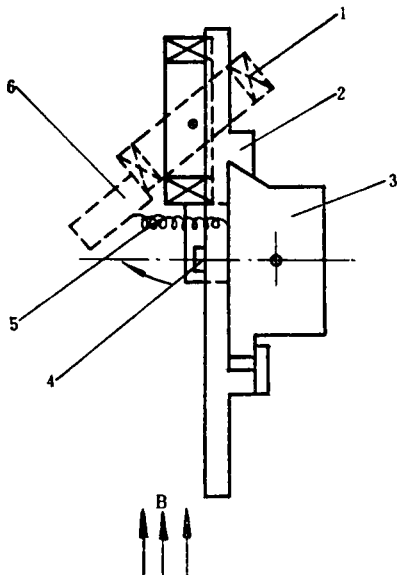


图 4 无铁吸引线圈作用原理

1—线圈；2—滑块；3—导杆；
4—定位销；5—橡皮绳；6—挡片。

1. 测 V_{zi} . z 片在 i 点的霍尔电压；
2. 测 $V_{y,i-1}$. y 片在右边一点即 $i-1$ 点的霍尔电压；
3. 测 $V_{x,i+1}$. x 片在左边一点即 $i+1$ 点的霍尔电压；
4. 测 V_{Mi} . M 片与上述三分量同一时刻的霍尔电压；
5. 测 I_i . z 片在 i 点时的控制电流；
6. 测 ΔV_{Ti} . S 探头在 i 点时测温桥路的电位差（在温控线路内部）；
7. 测 ΔV_{TMi} . z 片在 i 点的 M 探头测温桥路的电位差；
8. 吸引线圈通电，挡片脱离 i 点的定位销；
9. 伺服电机启动；
10. 一定时间间隔后，吸引线圈断电，挡片复位；
11. 挡片接触 $i+1$ 点定位销，发出电信号，电机停转。探头转入 $i+1$ 点测量。

如此周而复始,从第2点一直测到第61点行程共2.36米,其 y 座标相当于从2.18米逆行到-0.18米。到第61点后挡片使终端开关动作,电机反转,与此同时,挡片举起,使滑块一直返回到第2点之前,这时另一终端开关动作,从而使电机停转。

S探头 z 高度的改变则完全依靠手操作:将S探头和探头座升(或降)到所需的 z 高度,再用预制的小定位销插入销孔使之定位。测一个封闭边界的全部边值需要改变7次 z 高度。

实现上述程序的方法很多。为了程序动作的可靠,我们设计并自制了一种简易的半自动电气控制线路。线路的主要部件为XB-17型旋转式步进选择器。每接通一次按钮,就给选择器线圈一个电流脉冲,旋转触点就向前走一步。通过步进选择器触头接通一系列小型电磁继电器。这些继电器的触点在数据记录系统中分别将 $V_z, V_y, V_x, V_M, I, \Delta V_T$ 和 ΔV_{TM} 接入数字电压表。吸引线圈上的挡片与定位销组成定位开关。当挡片触到某一定位销后,就启动一继电器,从而切断电机,达到探头定位目的。因为牵引绳索张力较大,滑块反弹的可能是极小的。以下我们将看到这种简易定位方法的精度还算比较满意。

数据记录系统中采用六位的LM-1490型数字电压表,也用过带打印机的YEW-2805型五位数字电压表。

七、数据处理

1. 通过数据记录系统,对于每一测量点 i 均记录如下7个数据:

$$V_{zi}; V_{y,i-1}; V_{x,i+1}; V_{Mi}; I_i; \Delta V_{Ti}; \Delta V_{TMi}.$$

2. 霍尔电压的电流修正。探头系统校正时的霍尔控制电流 I_c 为100毫安,测量过程中的 I_i 都对 I_c 作修正,修正后四霍尔片的霍尔电压值为:

$$V'_{zi} = V_{zi} \frac{I_c}{I_i}; \quad (8)$$

$$V'_{y,i-1} = V_{y,i-1} \frac{I_c}{I_i}; \quad (9)$$

$$V'_{x,i+1} = V_{x,i+1} \frac{I_c}{I_i}; \quad (10)$$

$$V'_{Mi} = V_{Mi} \frac{I_c}{I_i}. \quad (11)$$

3. 霍尔电压的温度修正。修正公式为:

$$V''_{zi} = V'_{zi} (1 - \beta \Delta T_i) = V'_{zi} [1 - \beta \alpha_s (\Delta V_{Ti} - \Delta V_{T0})]; \quad (12)$$

$$V''_{y,i-1} = V'_{y,i-1} (1 - \beta \Delta T_i) = V'_{y,i-1} [1 - \beta \alpha_s (\Delta V_{Ti} - \Delta V_{T0})]; \quad (13)$$

$$V''_{x,i+1} = V'_{x,i+1} (1 - \beta \Delta T_i) = V'_{x,i+1} [1 - \beta \alpha_s (\Delta V_{Ti} - \Delta V_{T0})]; \quad (14)$$

$$V''_{Mi} = V'_{Mi} (1 - \beta \Delta T_i) = V'_{Mi} [1 - \beta \alpha_M (\Delta V_{TMi} - \Delta V_{TM0})]. \quad (15)$$

式中 β 为霍尔电压的温度系数, $-6 \times 10^{-4}/^\circ\text{K}$; ΔT_i 为 i 点测量时相对于系统校正时的温差; α_s, α_M 为相应探头的测温桥路的温差-电位差常数 $-0.0077^\circ\text{K}/\text{毫伏}$; $\Delta V_{T0}, \Delta V_{TM0}$ 为相应探头的测温桥路在系统校正时的电位差, $\Delta V_{T0} = -172.6$ 毫伏(相当于 40.3°C), $\Delta V_{TM0} = 31.6$ 毫伏(相当于 44.3°C)。

4. 求探头直角座标中的场分量,即解联立方程:

$$V''_{zi} = \sum_{j=0}^6 K_{zj} I_c B_{zi}^j, \quad (16)$$

$$V''_{yi} = \sum_{j=0}^5 K_{yj} I_c B_{yi}^j - 2 K_{py} \left(\frac{B_{M,i+1}}{B_{Mi}} \right) B_{zi} \left(\frac{B_{M,i+1}}{B_{M,i-1}} \right) B_{xi} I_c, \quad (17)$$

$$V''_{xi} = \sum_{j=0}^5 K_{xj} I_c B_{xi}^j - 2 K_{px} \left(\frac{B_{M,i-1}}{B_{M,i+1}} \right) B_{yi} \left(\frac{B_{M,i-1}}{B_{Mi}} \right) B_{zi} I_c. \quad (18)$$

$\frac{B_{M,i-1}}{B_{Mi}}$ 等四项为“时间因子”，把 B_{xi} , B_{yi} , B_{zi} 折合到同一时刻。

然后求出M探头所在点的场强，所用公式为：

$$V''_{Mi} = \sum_{j=0}^7 K_{Mj} I_c B_{Mi}^j. \quad (19)$$

5. 求探头座标中场的归一化值，

$$b_{zi} = \frac{B_{zi} - B_{Mi}}{B_{Mi}}, \quad (20)$$

$$b_{yi} = \frac{B_{yi}}{B_{M,i+1}}, \quad (21)$$

$$b_{xi} = \frac{B_{xi}}{B_{M,i-1}}. \quad (22)$$

利用上述数据处理公式，我们编写了在 DJS-21 机上使用的计算机程序，对全部测量数据进行了处理，处理中所用的 V_0 和 K_j 已由表 1 给出。

八、测量结果

前面已经提到必须避免 z 分量窜入 x 片和 y 片。与此同时还必须做到另一点，即必须使探头的直角坐标系与被测场的直角坐标系相重合，否则数据处理后得到的探头直角座标中的场的三分量将不能代表被测场的三分量。对于 B_y ，特别是更小的 B_x 这个问题尤为严重。当这两个直角坐标系的不重合度超过 $7'$ 时，将有 0.2% 的 z 分量窜入 x 片和 y 片。据估算，被测的准二维场的 x 分量本身也只有这个数量级，因此窜入值将掩盖它。这就给测磁支架提出苛刻的要求。在我们目前这种测磁支架的机械结构、安装方法、加工水平和传动方式的情况下，这种低值的 x 分量要精确的测定是困难的，我们的测量过程证实了这一点。所以我们只能采取用 b_z 的分布近似计算 b_x 的方法^[2]，其中

$$b_x(x, y, z) \simeq z \frac{\partial}{\partial x} b_z(x, y, 0). \quad (23)$$

y 分量的绝对值在磁铁的边缘部分达到平区 z 分量的 20% 以上，在垫片区也将近达到 3%，因此 b_y 的测量要比 b_x 容易得多。

图 5 和图 6 列出了 $x=1.58$ 米处 b_x 和 b_y 的测量值及它们沿 y 轴的分布曲线。

关于测量误差问题我们在上面已经指出：

1. 平面霍尔效应引起的误差可以在数据处理中加以消除；
2. 不等位势和霍尔电压的非线性项可通过探头的系统校正予以考虑；

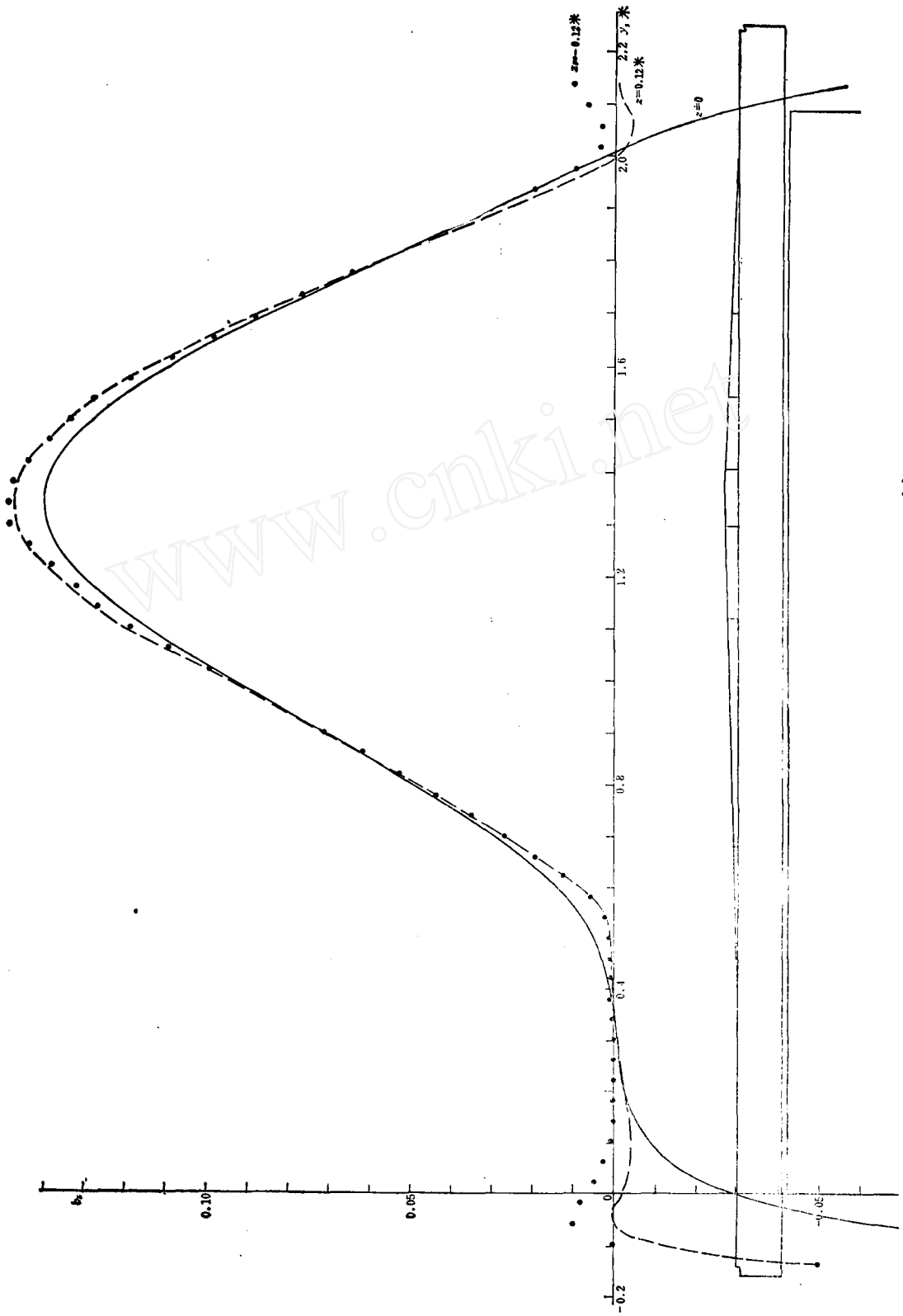


图 5 $b_z = f(y)$ 测量值分布曲线 ($z=1.58$ 米)
 — $z=0$, ··· $z=0.12$ 米, --- $z=0.12$ 米。

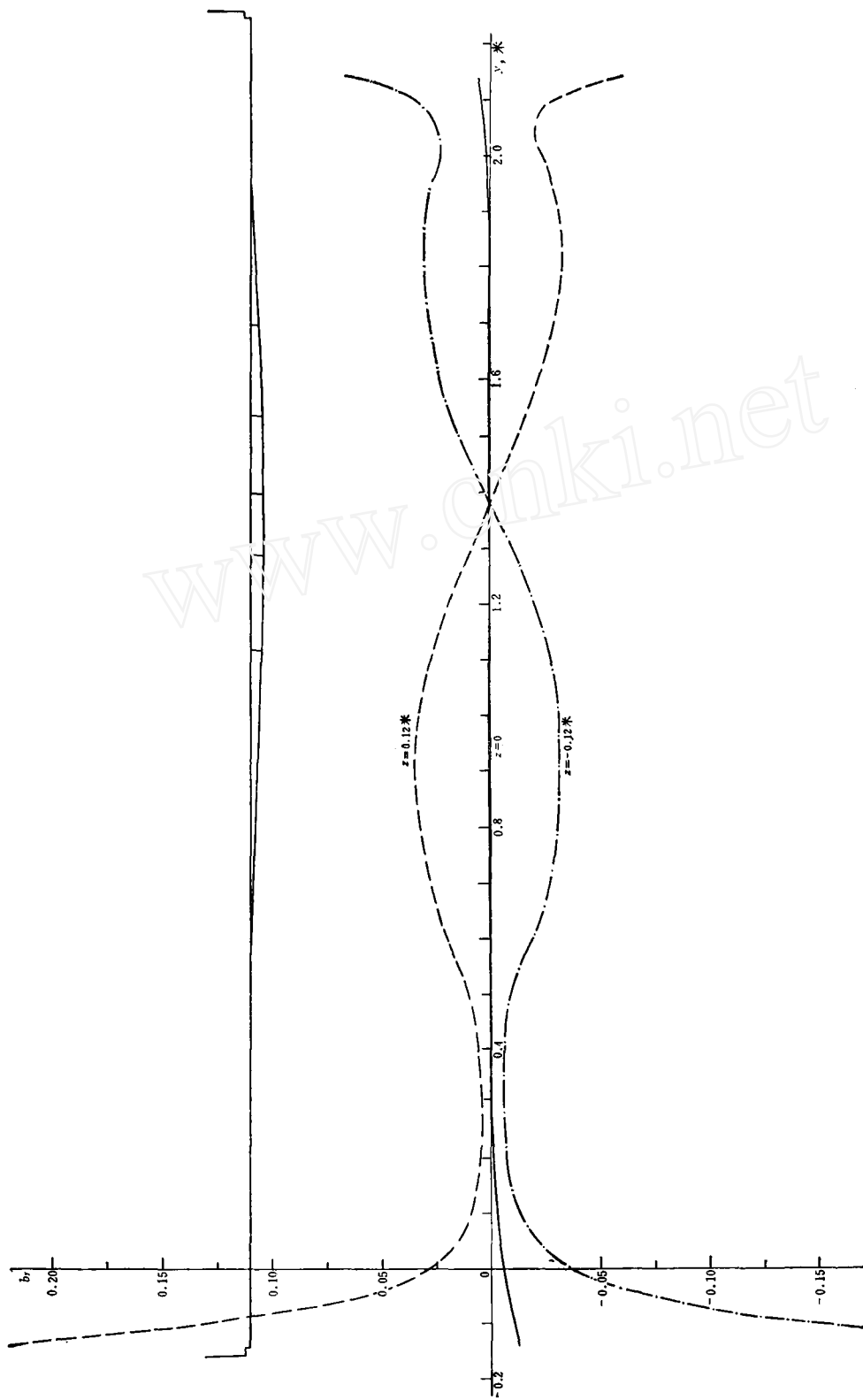


图 6 $b_y = f(y)$ 测量值分布曲线 ($* = 1.58$ 米)
 —— $z=0$, --- $z=0.12$ 米, -·- $z=-0.12$ 米。

3. 由于采用恒温装置和数据处理时附加的温度修正, 环境温度变化对测量的影响将减到很小;

4. 由于设置了监测探头, 以及数据处理时采取相应的措施, 霍尔控制电流漂移与磁场漂移引起的测量误差可以忽略不计;

5. 读数误差由数字电压表来决定, 今被测场的霍尔电压值 $V_x \approx 37$ 毫伏。当使用 LM-1490 的 200 毫伏挡来测量时, 相对误差为 $\pm 1 \times 10^{-4}$ 。

因此可以认为如果想获得 $\pm 1 \times 10^{-3}$ 的归一化场值测量准确度, 上述误差均不必考虑。最大的误差源来自机械方面, 其中包括探头的到位误差, 探头固定和运动过程中的角度误差等。

为了估算这方面的误差, 我们用霍尔法测量了中心平面上的全部 b_x 与 b_y 的分布, 拿它来和利用边值法算出的中心平面场分布^[2] 进行比较。由于边值法求得的场分布精度比较高, 两者若不自洽, 主要原因必在于机械方面。5 条 $b_x(x, y, 0) = f(y)$ 曲线与 5 条 $b_y(x, y, 0) = f(y)$ 曲线的测量值与计算值比较结果表明, 前者的均方根误差均小于 $\pm 4 \times 10^{-4}$, 后者均小于 $\pm 6 \times 10^{-4}$ 。

我们又在相隔很长时间后: 在测磁支架重新安装的情况下, 用完全不同的 $V-f$ 法测量了 $b_x(1.58, y, 0) = f(y)$ 线, 它与霍尔法测量的相应曲线在 $\pm 5 \times 10^{-4}$ 范围之内也全部吻合。

因此, 可以认为用本方法获得的归一化边值的测量准确度达到了 $\pm 1 \times 10^{-3}$ 。

测量结果说明所用的简易测磁支架还算比较满意, 能够达到预期的目的。但另一方面由于得不到准确的 x 分量测量数据, 又说明本测量工作在机械方面还有待于改进。

胡金泉、黄德宝和董茂琪同志参加了部分工作。

参 考 文 献

- [1] 吕洪猷等, 原子能科学技术, 4, 302(1976)。
- [2] 茅乃丰, 原子能科学技术, 4, 332(1976)。
- [3] 林树桢等, 原子能科学技术, 1, 91(1976)。
- [4] 孙亲仁等, 原子能科学技术, 3, 270(1975)。