

# 圆柱谐振腔腔场测量的 介质球微扰公式

周志孝

(北京大学)

根据微扰理论,本文导出了适用于螺旋波导谐振腔(也适用于圆柱谐振腔)腔场测量的介质球微扰公式。该公式已考虑了微扰球的有限大小及谐振腔径向场的影响,故用作圆柱谐振腔轴向场分布测量时,比斯莱特(Slater)公式有更高的精度。我们在螺旋波导谐振腔上进行了实验验证。利用本文的数学处理方法还能导出其它形状微扰体及其它场型的微扰公式。由于推导中把测量球的微扰作用仅考虑至电四极子,而忽略了更高次电极子的作用,故还是有局限性的,但已能初步满足腔场测量的要求。

## 一、圆柱谐振腔介质球微扰公式

1. 斯莱特介质球微扰公式<sup>[1]</sup> 谐振腔腔场测量通常用的是斯莱特介质球微扰公式(简称斯莱特公式):

$$df_s = -\frac{\pi\rho^3}{W} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \epsilon_0 f_0 E^2. \quad (1)$$

其中:  $df_s$  为微扰球引起的谐振频率漂移;  $W$  为谐振腔电磁场总储能;  $\rho$  为微扰球半径;  $f_0$  为谐振腔谐振频率;  $\epsilon$  为介质球相对介电常数;  $\epsilon_0$  为真空介电常数;  $E$  为被测位置电场强度。

当  $E = E_0 \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} Z$  时,就有:

$$df_s = -\frac{\pi\rho^3}{W} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \epsilon_0 f_0 E_0^2 \cos^2 \frac{2\pi}{\lambda_g} Z. \quad (2)$$

其中,  $\lambda_g$  为谐振腔导波波长;  $Z$  为被测点空间轴向位置。

若令:

$$K = -\frac{\pi\rho^3}{W} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \epsilon_0 f_0 E_0^2,$$

$$\alpha = \frac{2\pi}{\lambda_g} Z,$$

则(2)式就写成:

$$df_s = K \cos^2 \alpha. \quad (3)$$

斯莱特公式的使用条件是微扰球足够小,以至测量时场在微扰球里的分布可近似看作均匀场。但在微扰球非足够小时,就会给测量带来较大的误差。如图1所示,场分布波形发生了畸变;波峰降低了;波谷处提高而不为零。测量引起的畸变就会造成由此而推出

的腔的重要参数，如腔分路阻抗，相速度，富氏分析等也会带来明显的误差。

**2. 圆柱谐振腔介质球微扰公式** 我们根据微扰理论和螺旋波导谐振腔场分布公式，再采用适当地近似计算(推导见附录一)就导出了圆柱谐振腔介质球微扰公式(简称修正微扰公式)：

$$df = K \left[ \cos^2 \alpha - \frac{1}{10} \delta^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \frac{\epsilon + 2}{2\epsilon + 3} \delta^2 \sin^2 \alpha \right]. \quad (4)$$

其中， $\delta = \frac{2\pi}{\lambda_g \rho}$ ；其他符号意义同前。

**3. 修正系数** 为了和斯莱特公式进行比较，定义修正系数  $F(\alpha\delta)$  为：

$$F(\alpha\delta) = \frac{df_s - df}{df_m}. \quad (5)$$

其中， $df_m$  即(4)式的最大值：

$$df_m = K \left( 1 - \frac{1}{10} \delta^2 \right). \quad (6)$$

从(5)式就推出：

$$df_s = df + F(\alpha\delta) df_m. \quad (7)$$

(7)式即为斯莱特公式和修正微扰公式之间的关系。

把(3)、(4)和(6)式代入(5)式则有：

$$F(\alpha\delta) = \frac{\delta^2}{10 - \delta^2} \cos^2 \alpha - \frac{5\delta^2}{10 - \delta^2} \frac{\epsilon + 2}{2\epsilon + 3} \sin^2 \alpha. \quad (8)$$

当  $\delta \ll \sqrt{10}$  时可近似为：

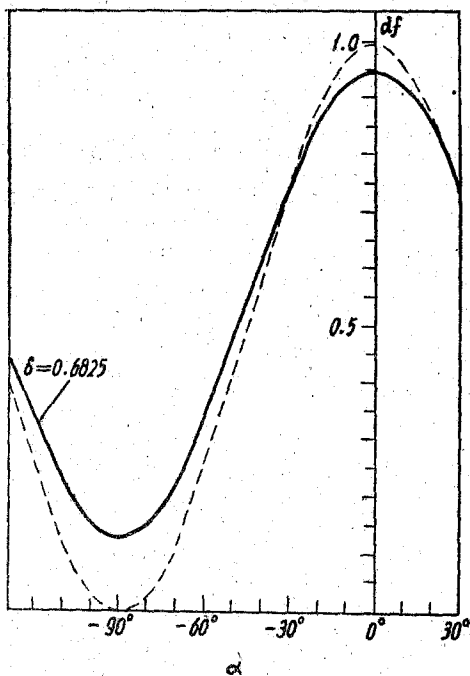


图 1 谐振腔场分布畸变

---谐振腔场分布；——微扰球非足够小时，由斯莱特公式所得的场分布(已产生畸变)。

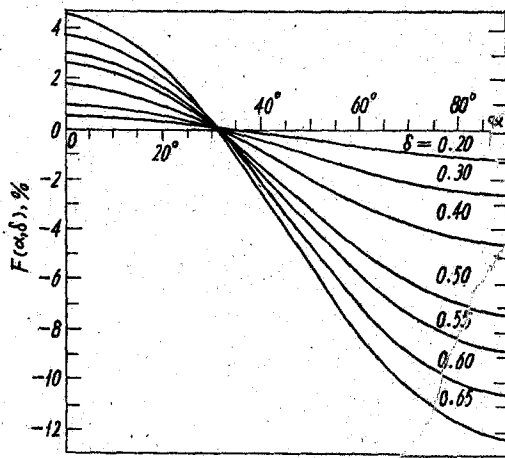


图 2 修正系数曲线

(有机玻璃球)

$$F(\alpha\delta) \approx \frac{\delta^2}{10} \cos^2\alpha - \frac{1}{2} \frac{\epsilon + 2}{2\epsilon + 3} \delta^2 \sin^2\alpha \quad (9)$$

有机玻璃球  $\epsilon = 2.63$ , 则为:

$$F(\alpha\delta) \% \approx 10 \delta^2 \cos^2\alpha - 28 \delta^2 \sin^2\alpha \quad (10)$$

具体应用时可查修正系数表(见附录二)或查修正系数曲线(如图2)。

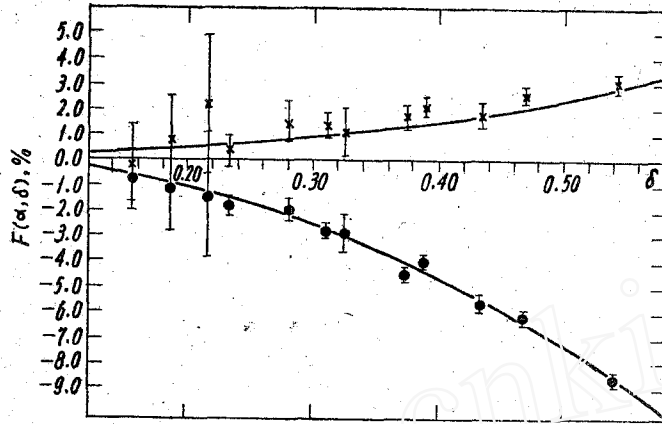


图3 修正系数理论曲线及实验结果  
 斯莱特公式结果与横坐标  $\delta$  线重合; ———修正理论曲线; x—— $\alpha=0^\circ$ 实验点; •—— $\alpha=90^\circ$ 实验点。

## 二、实验结果

### 1. 修正系数曲线

我们选用了四种规格( $\rho = 4, 6, 8, 10$ 毫米)的有机玻璃球, 分别测三根螺旋线(H-285, H-254, H-314)的场分布曲线, 然后定出  $\alpha = 0^\circ$  及  $90^\circ$  处的修正系数实验值。并和修正系数理论曲线进行了比较。结果见图3。

(1) 修正系数理论曲线。修正系数理论值可由(8), (10)式推出:

$$\alpha = 0^\circ, \quad F(0^\circ\delta) = \frac{\delta^2}{10 - \delta^2} \approx 0.1 \delta^2, \quad (11)$$

$$\alpha = 90^\circ, \quad F(90^\circ\delta) = -\frac{2.8 \delta^2}{10 - \delta^2} \approx -0.28 \delta^2 \quad (12)$$

(2) 斯莱特公式修正系数。

$$F_s(\alpha\delta) = 0 \quad (13)$$

(3) 实验值。

当  $\alpha = 0^\circ$ , 由(3), (5)式推出:

$$F_e(0^\circ\delta) = \frac{K_e}{df_e(0^\circ)} - 1. \quad (14)$$

实验中  $K_e$  值由下式标定(当  $F(\alpha\delta) = 0$  时):

$$df(\alpha_0) = df_s(\alpha_0) = df_e(\alpha_0) = K_e \cos^2\alpha_0, \quad (15)$$

$$K_e = \frac{df_e(\alpha_0)}{\cos^2\alpha_0}, \quad (16)$$

我们称  $\alpha_0$  为标位角。对有机玻璃而言，由(8)式可推出， $\alpha_0 = 30^\circ 51'$ 。把(16)式及  $\alpha_0$  值代入(14)式有：

$$F_e(0^\circ\delta) = 1.36 \frac{df_e(30^\circ 51')}{df_e(0^\circ)} - 1. \quad (17)$$

我们就用(17)式来标定  $\alpha = 0^\circ$  处的修正系数实验点。

当  $\alpha = 90^\circ$ ，由(5)式得：

$$F_e(90^\circ\delta) = -\frac{df_e(90^\circ)}{df_e(0^\circ)}. \quad (18)$$

从图三中看到实验和理论基本符合。 $\delta < 0.22$  的三个实验点是用  $\rho = 4$  毫米的微扰球测量的结果。在我们实验中测  $df$  的标准误差为  $\pm 0.07$  千周，而在  $\rho = 4$  毫米时，微扰频率较小，这样就造成实验误差较大(图上已标出)。从这里也看出，测量球过小会降低测量精度。

### 2. 场分布曲线测量

实验中我们选用了半径分别为 6、8 和 10 毫米的三种有机玻璃球来测螺旋线 H-285 的轴向场分布。为便于比较，我们把测得的微扰频率(千周)除以微扰球的体积(厘米<sup>3</sup>)，即为单位体积的微扰频率(千周/厘米<sup>3</sup>)。结果见图 4。

(1) 图 4(a)。即三种微扰球所测得的场分布图。明显看到三种结果不一致：波节处微扰频率大于零，而且随着微扰球半径的增大而增大；反之，波腹处却随着球半径的增大而减小。这样就造成测得的场波形是发生了畸变的。由此波形来求场强，分路阻抗(或波阻抗)，相速度(或慢波速度)，富氏分析等必然也会带来较大的误差。

(2) 图 4(b)。即把测量的结果作小球修正，则三种结果基本重合了，而且波节处也接近于零，波腹处也提高了。即测量结果和测量用的微扰球的大小无关，这就是测量工作者所期望的。此实验中在  $\rho = 10$  毫米，时  $\delta \approx 0.468$ ，即  $\rho \approx 0.07 \lambda_g$ 。采用了这么大的球而从图中看到测量精度仍优于 1%，而此时  $df_m$  已可达 65 千周，这就大大提高了测量灵敏度，也就减轻了实验工作强度和对实验测试仪器的要求(如对频率计和高频机的频率稳定度的要求均可降低一个量级)。反之，在  $\rho = 4$  毫米时， $df_m$  仅有 1.7 千周，如仍要保持 1% 的精度则高频机的频率漂移就不能大于 0.017 千周。可见要求就高

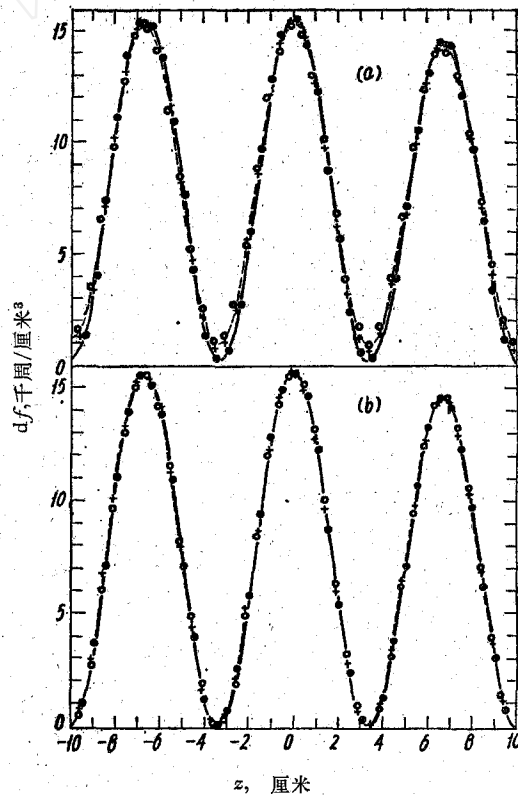


图 4 H-285 场分布曲线  
(a) 未经修正测得的结果；(b) 经小球修正后得到的结果；·—— $\rho=6$ ；+—— $\rho=8$ ；○—— $\rho=10$ 。

了。

### 三、分析讨论

1. 斯莱特公式使用条件 从(4)式看到,当  $\rho \rightarrow 0$  时,  $df \rightarrow K \cos^2 \alpha = df_s$ 。也即斯莱特公式是在  $\rho \rightarrow 0$  时修正微扰公式的特殊情况。当微扰球为非无限小时,修正微扰公式就比斯莱特公式更为合理些。也即意味着,使用修正微扰公式后就能用稍为大一些的微扰球,从而可提高测量精度和灵敏度。

2. 微扰球最大允许半径  $\rho_m$  从(10)式看出应用斯莱特公式时,最大误差出现在  $\alpha = 90^\circ$ ,若在实验中确定了最大允许误差为  $F_m$ ,则从(8)式可求得最大允许微扰球半径为:

$$\rho_m \leq \frac{\lambda_g}{2\pi} \sqrt{\frac{10F_m}{5 \frac{\epsilon+2}{2\epsilon+3} + F_m}} \quad (19)$$

对有机玻璃球来说,上式为:

$$\rho_m \leq \frac{\lambda_g}{2\pi} \sqrt{\frac{10F_m}{2.8 + F_m}} \approx 0.3 \lambda_g \sqrt{F_m} \quad (20)$$

3. 标位角  $\alpha_0$  当  $F(\alpha_0) = 0$  时,从(8)式推出:

$$\alpha_0 = \arctan^{-1} \sqrt{\frac{2\epsilon+3}{5(\epsilon+2)}} \quad (21)$$

当  $\epsilon = 2.63$  时,  $\alpha_0 = 30^\circ 51'$ 。在此处  $df(\alpha_0) = df_s(\alpha_0)$ ,根据此值就能求出腔的一个重要参数——分路阻抗  $R$ :

$$R = - \frac{LQdf(\alpha_0)}{8\pi^2 \rho^3 \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \epsilon_0 f_0^2 \cos^2 \alpha_0} \quad (22)$$

其中,  $L$  为谐振腔长度;  $Q$  为谐振腔  $Q$  值。

用测  $\alpha_0$  处的微扰频率  $df(\alpha_0)$  的办法来求分路阻抗就和测量球的大小无关。

#### 附录一 数学推导

1. 微扰定理 在谐振腔里置入一个介质微扰体时,腔的谐振频率就会发生扰动。根据微扰定理,其频率漂移为<sup>[2]</sup>:

$$df = - \frac{\pi f_0}{W} \int_V (\vec{P}' \cdot \vec{E}) dV \quad (23)$$

其中,  $\vec{P}'$  为微扰体置入该位置后微扰体内的电极化强度;  $\vec{E}$  为未置入微扰体时谐振腔内该位置的电场强度;  $V$  为微扰体体积。

2. 谐振腔内电场强度  $\vec{E}$  螺旋波导谐振腔其螺旋线内的电场强度已用导面模型理论推出<sup>[3]</sup>,

$$E_r = E_0 \frac{1}{\gamma} I_1(g_0 r) \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} Z, \quad (24)$$

$$E_z = E_0 I_0(g_0 r) \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} Z, \quad (25)$$

$$E_\phi = -E_0 \frac{p}{2\pi a} \frac{I_0(g_0 a)}{I_1(g_0 a)} I_1(g_0 r). \quad (26)$$

其中,  $I_0(g_0 r)$ ,  $I_1(g_0 r)$ ,  $I_0(g_0 a)$ ,  $I_1(g_0 a)$  分别为 0 阶, 1 阶虚宗量贝塞尔函数;  $g_0 = \frac{1}{\gamma} \frac{2\pi}{\lambda_g} \approx \frac{2\pi}{\lambda_g}$ ;  $\lambda_g$  为谐振腔导波波长,  $\lambda_g = \beta \lambda = \frac{\beta C}{f_0}$ ;  $\beta$  为相速度,  $\beta = \frac{U}{C}$ ;  $\gamma = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \approx 1$ ;  $p$  为螺旋线螺距;  $a$  为螺旋线半径。

由于  $E_\varphi$  分量很小, 故可忽略。所以腔内电场  $\vec{E}$  就为:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= E_r \vec{r}_0 + E_z \vec{z}_0 + E_\varphi \vec{\varphi}_0 \\ &\approx E_r \vec{r}_0 + E_z \vec{z}_0 \\ &= \frac{E_0}{\gamma} I_1(g_0 r) \sin \frac{2\pi}{\lambda_g} Z \vec{r}_0 + E_0 I_0(g_0 r) \cos \frac{2\pi}{\lambda_g} Z \vec{z}_0 \end{aligned} \quad (27)$$

3. 介质微扰球内电极化强度  $\vec{P}'$  坐标取法见图 5。

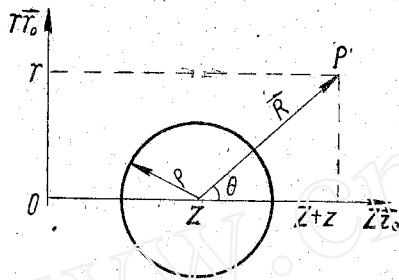


图 5 坐标图

(1) 螺旋波导谐振腔内的电势  $\phi$ 。螺旋波导谐振腔内的驻波场可看作似稳场, 故满足拉普拉斯方程, 有关系式:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0. \quad (28)$$

则“电势” $\phi$  就为:  $\phi = -\int_0^R \vec{E} \cdot d\vec{R} \sim -\int_0^R E_r dr - \int_z^{z+z} E_z dz.$  (29)

将(24), (25)式代入(29)式积分并取一级近似,

$$I_1(g_0 r) \approx \frac{1}{2} g_0 r, I_0(g_0 r) \approx 1, \cos g_0 z \approx 1 - \frac{1}{2} (g_0 z)^2, \sin g_0 z \approx g_0 z;$$

及坐标转换关系:

$$r = R \sin \theta, z = R \cos \theta,$$

就能得到下式:

$$\phi = -E_0 [A_1 R P_1 - A_2 R^2 P_2]. \quad (30)$$

其中:  $P_1 = P_1^0(\cos \theta) = \cos \theta$ ;  $P_2 = P_2^0(\cos \theta) = \frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2}$ ;  $A_1 = \cos g_0 Z$ ;  $A_2 = \frac{1}{2} g_0 \sin g_0 Z$ 。

(2) 介质微扰球所产生的电势  $\phi'$ 。用分离变量法解球坐标的拉普拉斯方程便得:

$$\phi' = \sum_{nm} \left[ \left( a_{nm} R^n + \frac{b_{nm}}{R^{n+1}} \right) \cos m\varphi P_n^m(\cos \theta) + \left( C_{nm} R^n + \frac{d_{nm}}{R^{n+1}} \right) \sin m\varphi P_n^m(\cos \theta) \right]. \quad (31)$$

在我们这里场是轴对称的, 即与  $\varphi$  无关, 故  $m=0$ 。则(31)式就简化为:

$$\phi' = \sum_n \left( a_n R^n + \frac{b_n}{R^{n+1}} \right) P_n(\cos \theta). \quad (32)$$

而电势又是处处有限的, 故可进一步简化为:

$$\text{介质球外的电势: } \phi' = \sum_n \frac{b_n}{R^{n+1}} P_n(\cos \theta), \quad (33)$$

介质球内的电势: 
$$\phi' = \sum_n a_n R^n P_n(\cos\theta). \quad (34)$$

(3) 总电势  $\Phi$ 。根据电势迭加原理, 则螺旋线内任一点的电势必然是螺旋波导腔的电势和介质球所产生的电势相迭加的结果。即:

$$\Phi = \phi + \phi'. \quad (35)$$

由于  $\phi$  中只有  $n=1, 2$  两项, 故  $\phi'$  中也只要取相应的两项即成。所以球外总电势  ${}^0\Phi$  及球内总电势  ${}^i\Phi$  分别为:

$${}^0\Phi = \left( \frac{b_1}{R^2} - A_1 E_0 R \right) P_1 + \left( \frac{b_2}{R^3} + A_2 E_0 R^2 \right) P_2, \quad (36)$$

$${}^i\Phi = (a_1 R - A_1 E_0 R) P_1 + (a_2 R^2 + A_2 E_0 R^2) P_2. \quad (37)$$

其中  $a_1, a_2, b_1, b_2$  为待定常数, 可用下述边界条件来确定。即:

$${}^0\Phi_{(R)}|_{R=\rho} = {}^i\Phi_{(R)}|_{R=\rho}, \quad (38)$$

$$\left\{ \begin{aligned} \epsilon_0 \frac{\partial {}^0\Phi_{(R)}}{\partial R} \Big|_{R=\rho} &= \epsilon \epsilon_0 \frac{\partial {}^i\Phi_{(R)}}{\partial R} \Big|_{R=\rho} \end{aligned} \right. \quad (39)$$

用(38), (39)两式即可定出:

$$\begin{cases} a_1 = \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} A_1 E_0, \\ a_2 = \frac{2(1-\epsilon)}{2\epsilon+3} A_2 E_0, \\ b_1 = \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} A_1 E_0 \rho^2, \\ b_2 = \frac{2(1-\epsilon)}{2\epsilon+3} A_2 E_0 \rho^5. \end{cases} \quad (40)$$

(40)式分别代入(36), (37)式, 并利用  $R^2 = r^2 + z^2, R \cos\theta = z$  等关系式, 再把  $A_1, A_2, P_1, P_2$  代入。整理后便可得:

$${}^i\Phi = -\frac{3}{\epsilon+2} E_0 z \cos g_0 Z + \frac{5}{2} \frac{1}{2\epsilon+3} E_0 g_0 z^2 \sin g_0 Z - \frac{5}{4} \frac{1}{2\epsilon+3} E_0 g_0 r^2 \sin g_0 Z, \quad (41)$$

同样  ${}^0\Phi$  也可求得(略)。

(4) 介质球内电场  $\vec{E}'$  及电极化强度  $\vec{P}'$ 。

$$\begin{aligned} \vec{E}' &\simeq E'_r \vec{r}_0 + E'_z \vec{z}_0 = -\frac{\partial {}^i\Phi}{\partial r} \vec{r}_0 - \frac{\partial {}^i\Phi}{\partial z} \vec{z}_0 \\ &= \frac{5}{2} \frac{1}{2\epsilon+3} E_0 g_0 r \sin g_0 Z \vec{r}_0 + \left( \frac{3}{\epsilon+2} E_0 \cos g_0 Z - \frac{5}{2\epsilon+3} E_0 g_0 z \sin g_0 Z \right) \vec{z}_0. \end{aligned} \quad (42)$$

利用关系式  $\vec{P}' = \frac{\epsilon-1}{4\pi} \epsilon_0 \vec{E}'$  就可推出:

$$\vec{P}' = \epsilon_0 E_0 \left[ \frac{5}{8\pi} \frac{\epsilon-1}{2\epsilon+3} g_0 r \sin g_0 Z \vec{r}_0 + \left( \frac{3}{4\pi} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \cos g_0 Z - \frac{5}{4\pi} \frac{\epsilon-1}{2\epsilon+3} g_0 z \sin g_0 Z \right) \vec{z}_0 \right]. \quad (43)$$

4. 螺旋波导谐振腔介质球微扰公式 (27), (43)式代入(23)式, 对介质球体积进行体积分便有:

$$\begin{aligned} df &= -\frac{\pi f_0}{W} \int_V (\vec{P}' \cdot \vec{E}) dV \\ &= -\frac{\pi f_0}{W} \int_V P'_r E_r dV - \frac{\pi f_0}{W} \int_V P'_z E_z dV. \end{aligned} \quad (44)$$

把第一项积分记作:

$$df_r = -\frac{\pi f_0}{W} \int_V P'_r E_r dV, \quad (45)$$

其中:  $P'_r = \epsilon_0 E_0 \frac{5}{8\pi} \frac{\epsilon-1}{2\epsilon+3} g_0 r \sin g_0 (Z+z);$

$$E_r \simeq E_0 \frac{1}{2} g_0 r \sin g_0 (Z+z);$$

$$dV = 2\pi r dr dz \text{ (见图6)}.$$

上列各项都代入(45)式就成为:

$$df_r = -\frac{5}{8} \frac{\pi f_0}{W} \epsilon_0 E_0^2 \frac{\epsilon-1}{2\epsilon+3} g_0^2 \int_0^\rho r^2 dr \int_{-\sqrt{\rho^2-r^2}}^{\sqrt{\rho^2-r^2}} \sin^2 g_0(Z+z) dz. \quad (46)$$

对(46)式积分并利用展开式:  $\sin 2g_0\rho \approx 2g_0\rho - \frac{4}{3}(g_0\rho)^3 + \frac{4}{15}(g_0\rho)^5,$  (47)

$$\cos 2g_0\rho \approx 1 - 2(g_0\rho)^2 + \frac{2}{3}(g_0\rho)^4, \quad (48)$$

就可得下列结果:

$$df_r = K \frac{1}{6} \frac{\epsilon+2}{2\epsilon+3} \delta^2 \sin^2 \alpha. \quad (49)$$

把(44)式第二项积分记作:

$$df_z = -\frac{\pi f_0}{W} \int_V P'_z E_z dV \quad (50)$$

其中:  $P'_z = \epsilon_0 E_0 \left( \frac{3}{4\pi} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \cos g_0 Z - \frac{5}{4\pi} \frac{\epsilon-1}{2\epsilon+3} g_0 z \sin g_0 Z \right);$

$$E_z \approx E_0 \cos g_0(Z+z);$$

$$dV = \pi(\rho^2 - z^2) dz \text{ (见图 7)}.$$

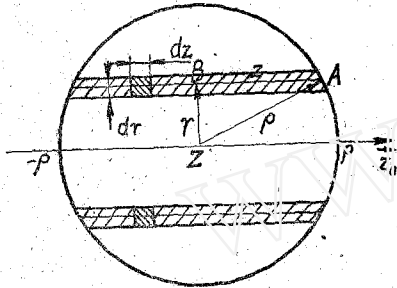


图 6  $df_r$  积分坐标图

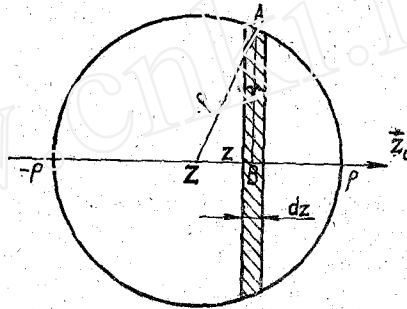


图 7  $df_z$  积分坐标图

上列各项都代入(50)式就成为:

$$df_z = -\frac{\pi^2 f_0}{W} \epsilon_0 E_0^2 \int_{-\rho}^{\rho} \left( \frac{3}{4\pi} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \cos g_0 Z - \frac{5}{4\pi} \frac{\epsilon-1}{2\epsilon+3} g_0 z \sin g_0 Z \right) \cos g_0(Z+z) (\rho^2 - z^2) dz. \quad (51)$$

对(51)式积分并利用展开式:

$$\sin g_0\rho \approx g_0\rho - \frac{1}{6}(g_0\rho)^3 + \frac{1}{120}(g_0\rho)^5, \quad (52)$$

$$\cos g_0\rho \approx 1 - \frac{1}{2}(g_0\rho)^2 + \frac{1}{24}(g_0\rho)^4, \quad (53)$$

就可得下列结果:

$$df_z = K \left[ \cos^2 \alpha - \frac{1}{10} \delta^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{3} \frac{\epsilon+2}{2\epsilon+3} \delta^2 \sin^2 \alpha \right]. \quad (54)$$

把(49), (54)式代入(44)便可得修正微扰公式:

$$df = K \left[ \cos^2 \alpha - \frac{1}{10} \delta^2 \cos^2 \alpha + \frac{1}{2} \frac{\epsilon+2}{2\epsilon+3} \delta^2 \sin^2 \alpha \right].$$

其中,  $K = -\frac{E_0^2}{W} \frac{3}{4} \frac{\epsilon-1}{\epsilon+2} \epsilon_0 f_0 \frac{4\pi}{3} \rho^3;$

$$\alpha = g_0 Z \approx \frac{2\pi}{\lambda_g} Z;$$

$$\delta = g_0 \rho \approx \frac{2\pi}{\lambda_g} \rho.$$



附录二 修正系数表

修正系数表(有机玻璃微扰球)

$F(\alpha, \delta), \%$	$\alpha$									
	$0^\circ$	$10^\circ$	$20^\circ$	$30^\circ$	$40^\circ$	$50^\circ$	$60^\circ$	$70^\circ$	$80^\circ$	$90^\circ$
0.10	0.10	0.09	0.06	0.01	-0.06	-0.12	-0.18	-0.24	-0.27	-0.28
0.11	0.12	0.11	0.07	0.01	-0.07	-0.15	-0.22	-0.28	-0.33	-0.34
0.12	0.14	0.13	0.08	0.01	-0.08	-0.18	-0.26	-0.34	-0.39	-0.40
0.13	0.17	0.15	0.10	0.01	-0.10	-0.21	-0.31	-0.40	-0.45	-0.47
0.14	0.20	0.17	0.11	0.01	-0.11	-0.24	-0.36	-0.47	-0.52	-0.55
0.15	0.23	0.20	0.13	0.01	-0.13	-0.28	-0.42	-0.54	-0.60	-0.63
0.16	0.26	0.23	0.15	0.01	-0.15	-0.32	-0.48	-0.61	-0.69	-0.72
0.17	0.29	0.26	0.17	0.01	-0.17	-0.36	-0.54	-0.69	-0.78	-0.82
0.18	0.33	0.29	0.19	0.01	-0.19	-0.40	-0.60	-0.77	-0.87	-0.91
0.19	0.36	0.32	0.21	0.01	-0.21	-0.45	-0.67	-0.85	-0.97	-1.01
0.20	0.40	0.36	0.23	0.02	-0.23	-0.50	-0.74	-0.95	-1.08	-1.12
0.21	0.44	0.39	0.25	0.02	-0.25	-0.55	-0.82	-1.05	-1.19	-1.24
0.22	0.49	0.43	0.27	0.02	-0.28	-0.60	-0.90	-1.15	-1.31	-1.36
0.23	0.53	0.47	0.30	0.03	-0.30	-0.65	-0.98	-1.26	-1.43	-1.49
0.24	0.58	0.51	0.32	0.03	-0.33	-0.71	-1.07	-1.37	-1.55	-1.62
0.25	0.63	0.56	0.36	0.03	-0.36	-0.77	-1.16	-1.48	-1.69	-1.76
0.26	0.68	0.60	0.38	0.05	-0.39	-0.84	-1.26	-1.61	-1.83	-1.91
0.27	0.73	0.65	0.41	0.04	-0.42	-0.91	-1.36	-1.73	-1.98	-2.06
0.28	0.79	0.70	0.44	0.04	-0.45	-0.97	-1.46	-1.86	-2.13	-2.21
0.29	0.85	0.75	0.48	0.04	-0.48	-1.05	-1.57	-1.99	-2.27	-2.38
0.30	0.91	0.80	0.51	0.04	-0.52	-1.12	-1.68	-2.14	-2.43	-2.54
0.31	0.97	0.86	0.55	0.05	-0.55	-1.19	-1.80	-2.28	-2.61	-2.72
0.32	1.04	0.92	0.58	0.05	-0.59	-1.27	-1.92	-2.44	-2.78	-2.90
0.33	1.10	0.98	0.61	0.05	-0.63	-1.35	-2.04	-2.60	-2.96	-3.08
0.34	1.17	1.04	0.65	0.06	-0.67	-1.43	-2.16	-2.76	-3.14	-3.28
0.35	1.24	1.10	0.69	0.06	-0.71	-1.52	-2.29	-2.92	-3.33	-3.47
0.36	1.31	1.16	0.73	0.07	-0.75	-1.62	-2.43	-3.10	-3.53	-3.68
0.37	1.39	1.22	0.77	0.07	-0.79	-1.71	-2.57	-3.27	-3.73	-3.89
0.38	1.47	1.30	0.81	0.07	-0.83	-1.79	-2.71	-3.45	-3.94	-4.10
0.39	1.55	1.37	0.85	0.08	-0.88	-1.90	-2.86	-3.64	-4.15	-4.33
0.40	1.63	1.44	0.91	0.08	-0.93	-2.00	-3.01	-3.83	-4.36	-4.55
0.41	1.71	1.52	0.95	0.09	-0.98	-2.10	-3.17	-4.03	-4.59	-4.79
0.42	1.80	1.59	1.00	0.09	-1.02	-2.21	-3.32	-4.23	-4.83	-5.03
0.43	1.88	1.67	1.04	0.09	-1.07	-2.31	-3.48	-4.43	-5.07	-5.28
0.44	1.97	1.75	1.09	0.10	-1.12	-2.43	-3.65	-4.65	-5.30	-5.53
0.45	2.07	1.83	1.14	0.10	-1.17	-2.54	-3.82	-4.87	-5.56	-5.79
0.46	2.16	1.92	1.20	0.11	-1.23	-2.66	-4.00	-5.10	-5.81	-6.05
0.47	2.26	2.00	1.25	0.12	-1.29	-2.78	-4.18	-5.32	-6.07	-6.33
0.48	2.36	2.09	1.31	0.12	-1.35	-2.90	-4.36	-5.55	-6.33	-6.60
0.49	2.46	2.18	1.36	0.13	-1.41	-3.02	-4.55	-5.78	-6.61	-6.89
0.50	2.56	2.27	1.42	0.13	-1.47	-3.15	-4.75	-6.03	-6.88	-7.18
0.51	2.67	2.36	1.48	0.13	-1.53	-3.29	-4.94	-6.27	-7.17	-7.48
0.52	2.78	2.46	1.54	0.13	-1.59	-3.42	-5.14	-6.53	-7.46	-7.78
0.53	2.89	2.56	1.60	0.15	-1.65	-3.56	-5.35	-6.79	-7.76	-8.09

续表

$F(\alpha, \delta), \%$	$\alpha$	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
0.54		3.00	2.66	1.67	0.15	-1.72	-3.69	-5.56	-7.07	-8.06	-8.41
0.55		3.12	2.77	1.73	0.16	-1.78	-3.84	-5.77	-7.33	-8.38	-8.74
0.56		3.24	2.87	1.79	0.16	-1.85	-3.98	-5.99	-7.61	-8.70	-9.07
0.57		3.36	2.98	1.86	0.17	-1.92	-4.13	-6.21	-7.89	-9.02	-9.40
0.58		3.48	3.09	1.93	0.17	-1.99	-4.28	-6.44	-8.19	-9.35	-9.75
0.59		3.61	3.20	2.01	0.18	-2.06	-4.44	-6.67	-8.50	-9.68	-10.10
0.60		3.74	3.31	2.08	0.18	-2.13	-4.60	-6.91	-8.80	-10.03	-10.46
0.61		3.87	3.42	2.15	0.19	-2.20	-4.76	-7.15	-9.10	-10.37	-10.82
0.62		4.00	3.54	2.22	0.20	-2.28	-4.92	-7.40	-9.41	-10.73	-11.19
0.63		4.13	3.66	2.30	0.21	-2.35	-5.09	-7.66	-9.73	-11.10	-11.57
0.64		4.27	3.78	2.37	0.21	-2.43	-5.26	-7.90	-10.06	-11.47	-11.96
0.65		4.41	3.91	2.45	0.22	-2.51	-5.43	-8.15	-10.39	-11.85	-12.35
0.66		4.56	4.04	2.53	0.23	-2.60	-5.60	-8.42	-10.73	-12.22	-12.75
0.67		4.70	4.16	2.61	0.23	-2.68	-5.78	-8.70	-11.05	-12.52	-13.16

本文得到虞福春教授的指导，以及陈佳洱、陆善堃、李坤、李伟国、梁仲鑫等同志的具体帮助，作者在此表示诚挚的谢意。

参 考 文 献

[1] S. W. Kitchen & A. D. Schelberg, *J. Appl. Phys.*, 26, 618(1955).  
 [2] 许方官、李坤, 加速器通讯, I (北京大学技术物理系加速器教研室内部资料), 1973年, 31~38页.  
 [3] 陆善堃, 同上, 2~30页.