

用离散函数褶积滑动变换法作 谱数据光滑

庞巨丰 郑桂芳 朱晓夷

(陕西省预防医学研究所)

本文报告了用离散函数褶积滑动变换法作 γ 谱数据光滑的基本原理, 给出了几种离散变换函数的数字光滑公式, 对几个主要变换函数作褶积滑动变换的谱光滑效应进行了比较。无论是理论计算还是实际数据的光滑结果均表明: 采用与峰形函数一致的变换函数, 光滑效应最强。同时, 从本研究中发现, 分析不同变换函数的光滑效应, 有助于确定实验谱峰的峰形函数。

关键词 离散函数褶积滑动变换法, 光滑效应, 半宽度, 总宽度。

一、前 言

γ 谱的数据光滑常用的方法主要有三点(或五点)平均法、重心法^[1]、多项式最小二乘拟合法^[2]、付里叶变换法^[3,4]以及离散函数褶积滑动变换法^[5]。实际上, 三点平均法、重心法和多项式最小二乘拟合法都可以表示为离散函数褶积滑动变换的形式, 不同的只是变换函数为特定的多项式^[6]罢了。付里叶变换法与函数褶积变换法本质上是一样的, 类似于通讯理论中的“滤波”方法。不同的是前者为“频域滤波”, 后者为“时域滤波”。可见, 用离散函数褶积滑动变换法作谱数据光滑具有普遍的意义。因此, 我们着重研究这种数据光滑方法。

二、基 本 原 理

离散函数褶积滑动变换法, 实质上相当于通讯理论中的“时域滤波”。但在 γ 谱数据光滑中, 并非“时域”而是“能域”(用“道”表示)。

在“时域”滤波中, 滤去了噪声的净信号是滤波函数与测量信号的褶积:

$$Z(t) = \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau) x(t-\tau) d\tau.$$

对于离散取样, 取样数目总是有限的, “时域”数字滤波为有限数目的褶积求和的形式:

$$Z(i\Delta t) = \sum_{k=-m}^m f(k\Delta t) x[(i-k)\Delta t], \quad (1)$$

其中, Δt 为时间轴上等分的时间间隔, $2m+1$ 为取样数目。

有限取样数目褶积求和滤波的方法应用于 γ 谱的数据光滑时, 就是在“能域”上的褶积求和, 用“道”表示时, 道间隔为 1, 因此第 i 道光滑后的数据 $\bar{y}(i)$ 可表示为:

$$\bar{y}(i) = \sum_{k=-m}^m f(k) y(i+k), \quad (2)$$

其中 $y(i+k)$ 为原始观测数据, $W=2m+1$ 为选用的数据点数, $f(k)$ 为变换函数(即滤波函数), 它是以离散数值的形式出现, 也称变换系数, 它必须满足下面的条件:

$$\begin{cases} \sum_{k=-m}^m f(k) = 1, \\ f(k) = f(-k). \end{cases} \quad (3)$$

对每一道 i , 经过宽度为 W 的变换后, 则得变换后的新数据 $\bar{y}(i)$, 随着 i 逐道增加的变化, 函数 $f(k)$ 沿着原谱 $y(i)$ 逐道向前滑动, 以产生完全变换后的新谱 $\bar{y}(i)$, 因而就称为滑动变换。

用褶积滑动变换的方法进行数据光滑, 关键的问题是变换函数 $f(k)$ 的选择。在实际应用中, 变换函数 $f(k)$ 通常是一个“窗函数”。当 $|k| > m$ 时, $f(k) = 0$, 即 $|k| = m$ 为切断点。常用的变换函数有:

(1) 高斯函数:

$$f(k) = \exp\left[-4 \ln 2 \cdot \frac{k^2}{H^2}\right]. \quad (4)$$

当半宽度 $H=4$ 道、变换宽度 $W=7$ 道时, 由函数(4)作褶积滑动变换的光滑公式为:

$$\begin{aligned} \bar{y}_i = & 0.2438 y_i + 0.205(y_{i+1} + y_{i-1}) + 0.1218(y_{i+2} + y_{i-2}) \\ & + 0.05126(y_{i+3} + y_{i-3}). \end{aligned} \quad (5)$$

(2) 柯西(Cauchy)函数^[7]:

$$f(k) = \frac{H^2}{H^2 + 4k^2}. \quad (6)$$

当 $H=4$ 道、 $W=7$ 道时, 用函数(6)作褶积滑动变换的光滑公式为:

$$\begin{aligned} \bar{y}_i = & \frac{1}{548} [130 y_i + 104(y_{i+1} + y_{i-1}) + 65(y_{i+2} + y_{i-2}) \\ & + 40(y_{i+3} + y_{i-3})]. \end{aligned} \quad (7)$$

(3) 余弦平方函数:

$$f(k) = \cos^2 \frac{\pi k}{2H}. \quad (8)$$

当 $H=4$ 道、 $W=7$ 道时, 用函数(8)作褶积滑动变换的光滑公式为:

$$\begin{aligned} \bar{y}_i = & 0.25 y_i + 0.2134(y_{i+1} + y_{i-1}) + 0.125(y_{i+2} + y_{i-2}) \\ & + 0.0366(y_{i+3} + y_{i-3}). \end{aligned} \quad (9)$$

(4) 矩形函数:

$$f(k) = \begin{cases} 1, & \text{当 } k=0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm m \text{ 时} \\ 0, & \text{当 } |k| > m \text{ 时} \end{cases} \quad (10)$$

$$w = 2m + 1.$$

当 $m=2$ 时, 用函数(10)作褶积滑动变换的光滑公式为:

$$\bar{y}_i = \frac{1}{5} (y_{i-2} + y_{i-1} + y_i + y_{i+1} + y_{i+2}). \quad (11)$$

实际上是五道平均光滑公式。

(5) 双曲正割函数:

$$f(k) = \text{sech} \frac{2.634 k}{H}. \quad (12)$$

当半宽度 $H=4$ 道、 $W=7$ 道时, 用函数(12)作褶积滑动变换的光滑公式为:

$$\begin{aligned} \bar{y}_i = & 0.2394 y_i + 0.1955(y_{i+1} + y_{i-1}) + 0.1197(y_{i+2} + y_{i-2}) \\ & + 0.0651(y_{i+3} + y_{i-3}). \end{aligned} \quad (13)$$

为判定一个变换函数与谱数据进行褶积滑动变换以后谱数据光滑的效果, 定义一个品质因数 F [5]:

$$F = \frac{\left[\sum_{k=-m}^m y(k) f(k) \right]^2}{\sum_{k=-m}^m f(k)^2}. \quad (14)$$

其中 $y(k)$ 是一个峰形状函数为 y 的谱峰上第 k 个离散值, $f(k)$ 为变换函数为 f 的第 k 个组元。对于在一平坦基底上, 形状函数为 y 的一个峰, 信号/噪声比的改善因子用 $\sqrt{F}$ 来表示。

三、结果和讨论

1. 理论计算结果

按(14)式所定义的品质因数, 理论上假定峰形状函数 $y(k)$ 为高斯函数或柯西函数, 然后计算上述五个不同的变换函数 $f(k)$ 的品质因数 F 值和 $\sqrt{F}$ 值随 $f(k)$ 的半宽度及褶积总宽度的变化。结果列于表 1 和表 2, 分别为高斯峰形状函数和柯西峰形状函数的计算值。当变换函数半宽度一定时, 改变峰形状函数的半宽度及褶积总宽度计算 F 和 $\sqrt{F}$ 值, 结果如表 3 所列。当峰形状函数分别为高斯和柯西函数, 峰形半宽度分别为 2、4 和 6 道时, 对于不同变换函数, F 的最大值及其所对应的变换函数半宽度和褶积总宽度如表 4 所示。这些表所列的数据表明: (1) 变换函数与峰形状函数相同, 并且函数的半宽度一致时, F 值最大 (表 4), 即光滑度最强。这就告诉我们, 用褶积滑动变换法作谱数据光滑时, 如果希望最强的光滑效应, 则变换函数及其半宽度应该选取与实验谱的峰形状及其半宽度一致。(2) 表 4 的结果说明, 虽然 F 值最大时, 褶积的总宽度 W 并不都相同, 但从表 1 和表 2 可见, 当总宽度 $W > 9$ 时, F 值或者只有极微小的增大或者开始变小了。因此, 用本方法作数据光滑时, 一般用 7 点或 9 点光滑公式即可 (如(5)、(7)、(9)、(11)和(13)式)。(3) 当变换函数的半宽度一定时, 随着峰形状函数半宽度变宽, 则 F 和 $\sqrt{F}$ 值增大, 即光滑度增强 (表 3)。对于一个实验谱来说, 随着 γ 射线能量的增大, 全能峰的半宽度增宽, 导致光滑度增强, 这对于消除高能段较大的统计涨落是有利的。(4) 无论峰形状函数是高斯函数还是柯西函数, 变换函数采用高斯、柯西、双曲正割和余弦平方函数, 均可以获得比较好的光滑效果, 只要变换函数的半宽度选取得当, 光滑度是差不多的。例如当峰形状函数为高斯函数、其半宽度为 4 道时, 对变换函数来说, 半宽度为 3.5 的双曲正割函数与半宽度为 4.5 的余弦平方函数获得同样好的光滑效果。在上述五个变换函数中, 矩形函数光滑度最差 (表 4), 但是, 用矩形函数, 褶积总宽度只要 5 点就够了, 光滑公式比较简单。这就告诉我们, 用本

表 1 峰形函数为高斯函数时, 不同变换函数的品质因数随其半宽度及总宽度的变化

峰形 FWHM, 道	变换函数 FWHM, 道	总宽 W	高 斯		柯 西		双 曲 正 割		余 弦 平 方		矩 形*	
			F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$
4	2	5	2.403	1.550	2.636	1.624	2.554	1.598	2.259	1.504	2.711	1.647
		7	2.405	1.551	2.712	1.647	2.591	1.610	2.104	1.450	2.404	1.551
		9	2.405	1.551	2.719	1.649	2.594	1.611	1.184	1.088	1.986	1.409
		11	2.405	1.551	2.717	1.648	2.594	1.611	1.065	1.032	1.645	1.282
		13	2.405	1.551	2.715	1.648	2.594	1.611	1.065	1.032	1.394	1.181
		15	2.405	1.551	2.713	1.647	2.594	1.611	0.959	0.979	1.209	1.099
	2.5	5	2.688	1.640	2.798	1.673	2.766	1.663	2.573	1.604	2.711	1.647
		7	2.706	1.645	2.884	1.698	2.832	1.683	2.642	1.625	2.404	1.551
		9	2.706	1.645	2.888	1.699	2.838	1.685	1.934	1.398	1.986	1.409
		11	2.706	1.645	2.881	1.697	2.838	1.685	1.157	1.075	1.645	1.282
		13	2.706	1.645	2.877	1.696	2.838	1.685	0.982	0.991	1.394	1.181
		15	2.706	1.645	2.874	1.695	2.838	1.685	0.979	0.990	1.209	1.099
	3	5	2.839	1.685	2.873	1.695	2.865	1.693	2.803	1.674	2.711	1.647
		7	2.838	1.689	2.961	1.721	2.949	1.717	2.803	1.674	2.404	1.551
		9	2.830	1.700	2.957	1.720	2.956	1.719	2.722	1.650	1.986	1.409
		11	2.890	1.700	2.945	1.716	2.956	1.719	1.876	1.370	1.645	1.282
		13	2.890	1.700	2.936	1.714	2.956	1.719	1.197	1.094	1.394	1.181
		15	2.890	1.700	2.931	1.712	2.956	1.719	0.994	0.997	1.209	1.099
	3.5	5	2.900	1.703	2.904	1.704	2.904	1.704	2.895	1.701	2.711	1.647
		7	2.978	1.726	2.985	1.728	2.993	1.730	2.933	1.713	2.404	1.551
		9	2.984	1.727	2.970	1.723	2.997	1.731	2.941	1.715	1.986	1.409
		11	2.984	1.727	2.950	1.718	2.995	1.730	2.657	1.630	1.645	1.282
		13	2.984	1.727	2.937	1.714	2.994	1.730	1.837	1.335	1.394	1.181
		15	2.984	1.727	2.930	1.712	2.993	1.730	1.250	1.118	1.209	1.099
	4	5	2.914	1.707	2.912	1.707	2.914	1.707	2.914	1.707	2.711	1.647
		7	3.003	1.733	2.980	1.726	2.994	1.730	2.994	1.730	2.404	1.551
		9	3.010	1.735	2.951	1.718	2.989	1.729	2.994	1.730	1.986	1.401
		11	3.011	1.735	2.922	1.709	2.982	1.727	2.960	1.720	1.645	1.282
		13	3.011	1.735	2.904	1.704	2.979	1.726	2.545	1.595	1.394	1.181
		15	3.011	1.735	2.893	1.701	2.978	1.726	1.804	1.343	1.209	1.099
	4.5	5	2.907	1.705	2.908	1.705	2.908	1.705	2.905	1.704	2.711	1.647
		7	2.986	1.728	2.959	1.720	2.972	1.724	2.992	1.730	2.404	1.551
		9	2.990	1.729	2.914	1.707	2.952	1.718	2.998	1.731	1.986	1.409
		11	2.990	1.729	2.874	1.695	2.938	1.714	2.998	1.731	1.645	1.282
		13	2.990	1.729	2.850	1.688	2.932	1.712	2.892	1.701	1.394	1.181
		15	2.990	1.729	2.835	1.684	2.930	1.712	2.417	1.555	1.209	1.099
	5	5	2.891	1.700	2.898	1.702	2.896	1.702	2.887	1.699	2.711	1.647
		7	2.949	1.717	2.929	1.711	2.938	1.714	2.955	1.719	2.404	1.551
		9	2.941	1.715	2.866	1.693	2.900	1.703	2.962	1.721	1.986	1.409
		11	2.938	1.714	2.815	1.678	2.875	1.696	2.962	1.721	1.645	1.282
		13	2.937	1.714	2.784	1.669	2.865	1.693	2.949	1.717	1.394	1.181
		15	2.937	1.714	2.766	1.663	2.861	1.691	2.773	1.665	1.209	1.099
	5.5	5	2.873	1.695	2.886	1.699	2.881	1.697	2.868	1.693	2.711	1.647
		7	2.903	1.704	2.896	1.702	2.899	1.703	2.905	1.704	2.404	1.551
		9	2.876	1.696	2.815	1.678	2.841	1.685	2.899	1.703	1.986	1.409
		11	2.866	1.693	2.751	1.659	2.803	1.674	2.900	1.703	1.645	1.282
		13	2.864	1.692	2.713	1.647	2.787	1.669	2.899	1.703	1.394	1.181
		15	2.864	1.692	2.690	1.640	2.781	1.668	2.858	1.691	1.209	1.099
	6	5	2.856	1.690	2.872	1.695	2.866	1.693	2.850	1.688	2.711	1.647
		7	2.856	1.690	2.861	1.692	2.860	1.691	2.853	1.689	2.404	1.551
		9	2.805	1.675	2.762	1.662	2.780	1.667	2.822	1.680	1.986	1.409
		11	2.784	1.669	2.686	1.639	2.729	1.652	2.820	1.679	1.645	1.282
		13	2.780	1.667	2.640	1.625	2.705	1.645	2.820	1.679	1.394	1.181
		15	2.779	1.667	2.613	1.616	2.695	1.642	2.815	1.678	1.209	1.099

* 半宽度与总宽度一致

表 2 峰形函数为柯西函数时, 不同变换函数的品质因数随其半宽度及总宽度的变化

峰形 FWHM, 道	变换函数 FWHM, 道	总宽 W	柯西		高斯		双曲正割		余弦平方		矩形*	
			F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$
4	2	5	2.532	1.591	2.301	1.517	2.450	1.565	2.160	1.470	2.592	1.610
		7	2.656	1.630	2.304	1.518	2.505	1.583	2.221	1.490	2.539	1.593
		9	2.705	1.645	2.304	1.518	2.515	1.586	1.572	1.254	2.367	1.538
		11	2.728	1.652	2.304	1.518	2.517	1.587	1.555	1.247	2.175	1.475
		13	2.740	1.655	2.304	1.518	2.517	1.587	1.555	1.247	1.994	1.412
		15	2.746	1.657	2.304	1.518	2.518	1.587	1.481	1.217	1.832	1.354
	2.5	5	2.678	1.636	2.564	1.601	2.644	1.626	2.449	1.565	2.592	1.610
		7	2.833	1.683	2.590	1.609	2.748	1.658	2.560	1.600	2.539	1.593
		9	2.896	1.702	2.591	1.610	2.774	1.666	2.206	1.485	2.367	1.538
		11	2.925	1.710	2.591	1.610	2.781	1.668	1.550	1.257	2.175	1.475
		13	2.941	1.715	2.591	1.610	2.782	1.668	1.469	1.212	1.994	1.412
		15	2.949	1.717	2.591	1.610	2.783	1.668	1.479	1.216	1.832	1.354
	3	5	2.746	1.667	2.708	1.645	2.735	1.654	2.668	1.633	2.592	1.610
		7	2.921	1.709	2.781	1.668	2.880	1.697	2.668	1.633	2.539	1.593
		9	2.994	1.730	2.787	1.670	2.925	1.710	2.738	1.655	2.367	1.538
		11	3.028	1.740	2.788	1.670	2.939	1.714	2.172	1.474	2.175	1.475
		13	3.046	1.745	2.788	1.670	2.944	1.716	1.590	1.261	1.994	1.412
		15	3.056	1.748	2.788	1.670	2.945	1.716	1.423	1.193	1.832	1.354
	3.5	5	2.773	1.665	2.764	1.663	2.771	1.665	2.757	1.660	2.592	1.610
		7	2.960	1.720	2.894	1.701	2.944	1.716	2.814	1.678	2.539	1.593
		9	3.038	1.743	2.915	1.707	3.006	1.734	2.850	1.688	2.367	1.538
		11	3.075	1.754	2.917	1.708	3.028	1.740	2.761	1.661	2.175	1.475
		13	3.094	1.759	2.917	1.708	3.037	1.743	2.128	1.459	1.994	1.412
		15	3.105	1.762	2.917	1.708	3.040	1.743	1.596	1.263	1.832	1.354
	4	5	2.780	1.667	2.778	1.667	2.780	1.667	2.777	1.666	2.592	1.610
		7	2.969	1.723	2.947	1.717	2.966	1.722	2.912	1.707	2.539	1.593
		9	3.049	1.746	2.989	1.729	3.040	1.743	2.912	1.707	2.367	1.538
		11	3.087	1.757	2.996	1.731	3.070	1.752	2.950	1.718	2.175	1.475
		13	3.107	1.763	2.997	1.731	3.082	1.756	2.706	1.645	1.994	1.412
		15	3.119	1.766	2.997	1.731	3.088	1.757	2.080	1.442	1.832	1.354
	4.5	5	2.776	1.666	2.772	1.665	2.775	1.666	2.770	1.664	2.592	1.610
		7	2.963	1.721	2.959	1.720	2.964	1.722	2.948	1.717	2.539	1.593
		9	3.041	1.744	3.021	1.738	3.043	1.744	2.969	1.723	2.367	1.538
		11	3.078	1.754	3.036	1.742	3.078	1.755	2.983	1.727	2.175	1.475
		13	3.098	1.760	3.039	1.743	3.095	1.759	2.968	1.723	1.994	1.412
		15	3.109	1.763	3.039	1.743	3.102	1.761	2.618	1.618	1.832	1.354
	5	5	2.766	1.663	2.758	1.661	2.763	1.662	2.754	1.660	2.592	1.610
		7	2.946	1.716	2.946	1.716	2.947	1.717	2.944	1.716	2.539	1.593
		9	3.020	1.738	3.022	1.738	3.027	1.740	2.997	1.731	2.367	1.538
		11	3.055	1.748	3.046	1.745	3.065	1.751	2.997	1.731	2.175	1.475
		13	3.073	1.753	3.052	1.747	3.084	1.756	3.017	1.737	1.994	1.412
		15	3.083	1.756	3.054	1.747	3.093	1.759	2.925	1.710	1.832	1.354
	5.5	5	2.754	1.660	2.742	1.656	2.750	1.658	2.737	1.654	2.592	1.610
		7	2.925	1.710	2.921	1.709	2.924	1.710	2.919	1.709	2.539	1.593
		9	2.993	1.730	3.001	1.732	2.999	1.732	2.993	1.730	2.367	1.538
		11	3.023	1.739	3.034	1.742	3.037	1.743	3.002	1.733	2.175	1.475
		13	3.039	1.743	3.044	1.745	3.057	1.748	3.009	1.735	1.994	1.412
		15	3.047	1.746	3.048	1.746	3.068	1.752	3.010	1.735	1.832	1.354
	6	5	2.742	1.656	2.726	1.651	2.736	1.654	2.720	1.649	2.592	1.610
		7	2.901	1.703	2.892	1.700	2.898	1.702	2.887	1.699	2.539	1.593
		9	2.961	1.721	2.969	1.723	2.966	1.722	2.967	1.723	2.367	1.538
		11	2.967	1.728	3.006	1.734	3.000	1.732	2.991	1.730	2.175	1.475
		13	2.998	1.732	3.021	1.738	3.020	1.738	2.991	1.730	1.994	1.412
		15	3.005	1.734	3.026	1.740	3.031	1.741	3.002	1.733	1.832	1.354

* 半宽度与总宽度相同

表 3 不同变换函数的品质因数随峰形函数半宽度及总宽度的变化

变换函数 FWHM, 道	峰形函数 FWHM, 道	总宽 W	高 斯		柯 西		双 曲 正 割		余 弦 平 方		矩 形*	
			F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$	F	$\sqrt{F}$
4	高 斯 2	5	1.243	1.115	1.248	1.117	1.246	1.116	1.242	1.114	0.903	0.950
		7	1.208	1.099	1.170	1.082	1.186	1.089	1.224	1.107	0.647	0.805
		9	1.205	1.098	1.139	1.067	1.170	1.081	1.224	1.107	0.504	0.710
		11	1.204	1.097	1.125	1.061	1.165	1.079	1.237	1.099	0.412	0.642
		13	1.204	1.097	1.118	1.057	1.164	1.079	1.037	1.018	0.349	0.590
		15	1.204	1.097	1.114	1.055	1.164	1.079	0.735	0.857	0.302	0.550
	高 斯 4	5	2.914	1.707	2.912	1.707	2.914	1.707	2.914	1.707	2.711	1.647
		7	3.003	1.733	2.980	1.726	2.994	1.730	2.994	1.730	2.404	1.551
		9	3.010	1.735	2.951	1.718	2.989	1.729	2.994	1.730	1.986	1.409
		11	3.011	1.735	2.922	1.709	2.982	1.727	2.960	1.720	1.645	1.282
		13	3.011	1.735	2.904	1.704	2.973	1.726	2.543	1.585	1.394	1.181
		15	3.011	1.735	2.893	1.701	2.978	1.726	1.804	1.343	1.209	1.099
	高 斯 6	5	3.719	1.929	3.721	1.929	3.721	1.929	3.717	1.928	3.735	1.933
		7	4.085	2.021	4.182	2.045	4.153	2.038	3.995	1.999	4.045	2.011
		9	4.160	2.049	4.347	2.085	4.294	2.072	3.995	1.999	3.874	1.968
		11	4.168	2.042	4.388	2.095	4.330	2.081	4.036	2.009	3.490	1.868
		13	4.169	2.042	4.390	2.095	4.337	2.083	3.591	1.895	3.074	1.753
		15	4.169	2.042	4.382	2.093	4.338	2.083	2.601	1.613	2.703	1.644
4	柯 西 2	5	1.429	1.196	1.439	1.200	1.435	1.198	1.426	1.194	1.152	1.073
		7	1.445	1.202	1.431	1.196	1.438	1.199	1.446	1.203	0.966	0.983
		9	1.451	1.205	1.426	1.194	1.442	1.201	1.446	1.203	0.801	0.906
		11	1.453	1.205	1.423	1.193	1.445	1.202	1.441	1.200	0.710	0.843
		13	1.453	1.205	1.421	1.192	1.446	1.203	1.270	1.127	0.624	0.790
		15	1.453	1.205	1.420	1.191	1.447	1.203	0.929	0.964	0.556	0.746
	柯 西 4	5	2.778	1.667	2.780	1.667	2.780	1.667	2.777	1.666	2.592	1.610
		7	2.947	1.717	2.969	1.723	2.966	1.722	2.912	1.707	2.539	1.593
		9	2.989	1.729	3.049	1.746	3.040	1.743	2.912	1.707	2.367	1.538
		11	2.996	1.731	3.087	1.757	3.070	1.752	2.950	1.718	2.175	1.475
		13	2.997	1.731	3.107	1.763	3.082	1.756	2.706	1.645	1.994	1.412
		15	2.997	1.731	3.119	1.766	3.088	1.757	2.080	1.442	1.832	1.354
	柯 西 6	5	3.527	1.878	3.529	1.879	3.529	1.879	3.525	1.878	3.502	1.871
		7	3.887	1.971	3.985	1.996	3.956	1.989	3.797	1.949	3.840	1.960
		9	3.979	1.995	4.212	2.052	4.139	2.035	3.797	1.949	3.874	1.968
		11	3.995	1.999	4.332	2.081	4.216	2.053	3.918	1.979	3.763	1.940
		13	3.997	1.999	4.399	2.097	4.249	2.061	3.766	1.941	3.593	1.895
		15	3.997	1.999	4.438	2.107	4.262	2.065	3.069	1.752	3.403	1.845

* 半宽度与总宽度相同

方法作 γ 谱数据光滑,变换函数用高斯、柯西、双曲正割和余弦平方函数均可以。值得推荐的是高斯函数和双曲正割函数,因为一般峰形状近似高斯形。

2. 实际光滑结果

为了检验离散函数褶积滑动变换法的光滑效果。采用 ^{152}Eu 、 ^{182}Ta 和 ^{40}K 混合 $\text{Ge}(\text{Li})\gamma$ 谱中,含有1453、1458和1461 keV三个重迭峰的实验谱段,进行光滑试验。当变换函数的半宽度($H=4$)和褶积总宽度($W=7$)一定时,不同变换函数的光滑结果如图1所示,从图中可见,光滑强度由强至弱的顺序是:柯西函数、双曲正割函数、高斯函数、余弦平方函数,即变换函数为柯西函数时光滑强度最强。这个结果与表4中峰形函数为柯西函数时的理论计算结果一致,说明本实验所使用的 $\text{Ge}(\text{Li})$ 探测器,其 γ 射线实验谱峰的形状更接近于柯西形。

当变换函数选用高斯函数时,如果总宽度($W=7$)不变,那么,光滑效应随半宽度的

表 4 两种峰形函数对于不同变换函数 F 值最大时的半宽度和总宽度

峰形函数			高斯			柯西		
峰形 FWHM, 道			2	4	6	2	4	6
变换函数	高斯	FWHM, 道	2	4	6	2.5	5	6
		W , 道	7	11	15	9	15	15
		$F_{\max}$	1.508	3.011	4.516	1.560	3.054	4.491
	柯西	FWHM, 道	2	3.5	5.5	2	4	6
		W , 道	5	7	11	15	15	15
		$F_{\max}$	1.472	2.985	4.476	1.612	3.119	4.606
	双曲正割	FWHM, 道	2	3.5	5.5	2	4.5	6
		W , 道	5	9	13	13	15	15
		$F_{\max}$	1.495	2.997	4.499	1.589	3.162	4.586
	余弦平方	FWHM, 道	2	4.5	6	2.5	5	6
		W , 道	5	9	11	7	13	15
		$F_{\max}$	1.500	2.998	4.491	1.548	3.017	4.400
	矩形	FWHM, 道	5	5	7	5	5	9
		W , 道	5	5	7	5	5	9
		$F_{\max}$	0.903	2.711	4.045	1.152	2.592	3.874

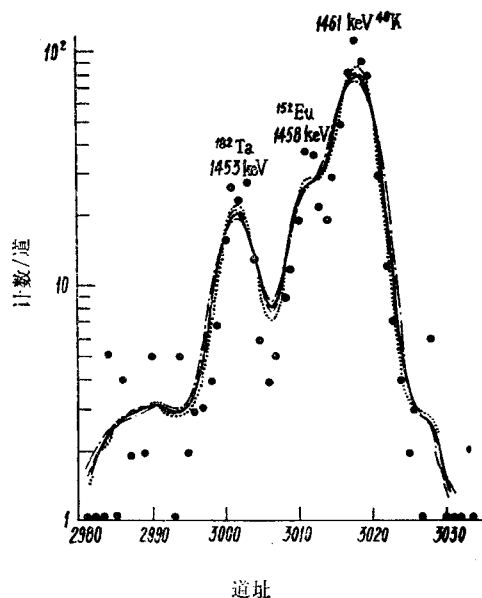


图 1 不同变换函数的光滑效应
半宽度 $H=4$, 总宽度 $W=7$; $\cdots$ 余弦平方;
--- 高斯函数; — 双曲正割; -·- 柯西
函数; $\bullet$ 实验点。

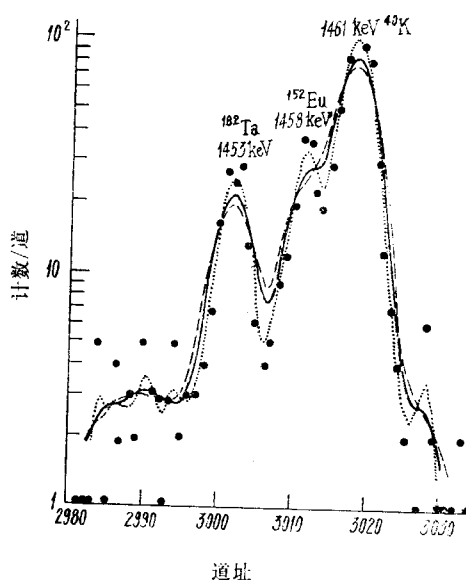


图 2 不同半宽度的高斯变换函数的光滑效应
总宽度 $W=7$; $\cdots$ $H=2$; — $H=4$; --- $H=6$; $\bullet$ 实验点。

变化如图 2 所示, 结果表明: (1) 当半宽度在 2—6 的范围内变化时, 半宽度越宽, 光滑度越强, 这个结果与表 4 的最后 1 列数据相符, 不但再次说明峰近似于柯西函数形, 而且说明该谱段全能峰的半宽度大于 4 道。(2) 对于象图 2 这样的实验数据点, 在峰区统计涨落不太大, 应该用半宽度较小 (如 $H=2$) 的变换函数, 如果变换函数的半宽度太大 (如 $H=6$),

则会把重迭的小峰压平(象 1458 keV 峰), 导致找峰时误失。而在非峰区统计涨落很大, 则半宽度可适当选宽 ($H=4$ 或 6)。也就是说, 要根据统计涨落的大小来决定变换函数半宽度的选择。

图 3 示出变换函数(高斯)及其半宽度一定时, 不同褶积总宽度的光滑效应。可见在一定范围内(表 1, 2, 3), 总宽度宽, 光滑度强。但并不是在任何情况下都如此(见表 4)。图 4 描绘了同一个变换函数, 半宽度($H=2$)和总宽度($W=7$)一定时, 作不同次数光滑的效应。显然, 光滑次数越多, 光滑度越强, 这是意料之中的。同时, 也可看到 $H=2$ 时五次光滑与 $H=6$ 时作一次光滑的效应相当。

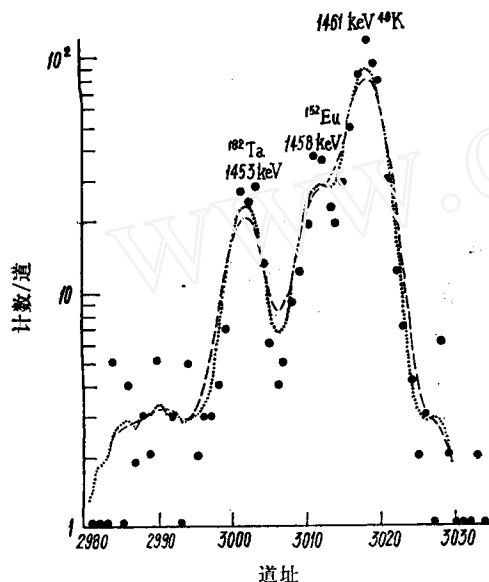


图 3 总宽度不同时高斯变换函数的光滑效应
半宽度 $H=4$; $\cdots W=5$, $---W=9$; $\bullet$ 实验点。

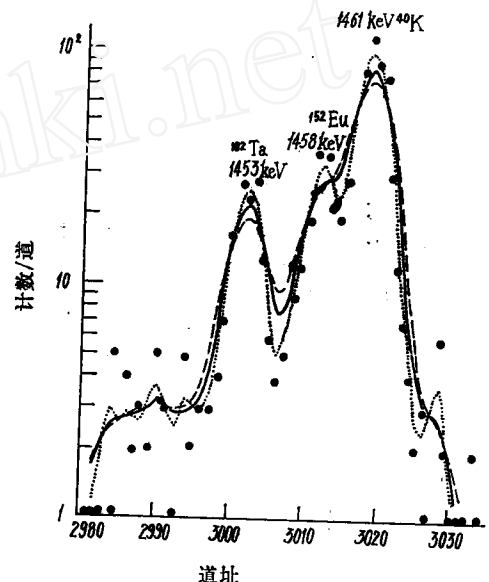


图 4 高斯变换函数光滑次数不同的效应
半宽度 $H=2$, 总宽度 $W=7$; $\cdots$ 一次光滑; $—$ 三次光滑; $---$ 五次光滑; $\bullet$ 实验点。

四、小 结

研究 γ 谱数据光滑的离散函数褶积滑动变换方法, 理论计算和用 Ge(Li) γ 实验谱试验结果均表明:

(1) 变换函数与峰形状函数相同, 并且函数的半宽度一致时, 光滑效应最强。因此, 用褶积滑动变换法作 γ 谱数据光滑时, 如果希望最强的光滑效应, 则变换函数及其半宽度应该选取与实验谱的峰形状及其实测半宽度一致。

(2) 一般来说, 变换函数应该选取与峰形状相同的函数, 然后根据统计涨落的大小及实验谱的半宽度来确定变换函数的半宽度。统计涨落小, 则变换函数半宽度就选取窄一些, 否则适当选得宽一些或者作多次光滑。

(3) 褶积的总宽度一般宜取 5—9 道(即 5 点或 7 点光滑), 不但光滑公式简单, 而且光滑度也足够强了。

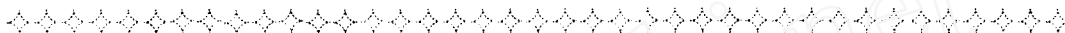
(4) 通过褶积滑动变换进行数据光滑, 对变换函数选择的研究, 反过来, 有助于实验

者确定具体实验谱峰的峰形函数。

参 考 文 献

- [1] Liebscher, K. et al., *Anal. Chem.*, **40**, 1999 (1968).
- [2] Savitsky, A. et al., *Anal. Chem.*, **36**, 1627 (1964).
- [3] Inouye, T. et al., *Trans. Am. Nucl. Soc.*, **10**, 38 (1967).
- [4] Inouye, T. et al., *Nucl. Instr. Methods*, **67**, 125 (1969).
- [5] Phillips, G. W. et al., *IEEE Trans. Nucl. Sci.*, NS-24, 154 (1977).
- [6] Sterlinski, S. *Nucl. Instr. Methods*, **124**, 285 (1975).
- [7] Rowon, J. W. et al., *Nucl. Instr. Methods*, **154**, 541 (1978).

(编辑部收到日期: 1983 年 4 月 26 日)



(上接第 244 页)

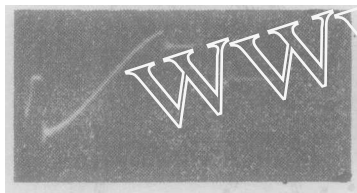


图 9 De-Qing 线路工作时充电
变压器端电压波形



图 10 能量回收电流 i_2 的波形

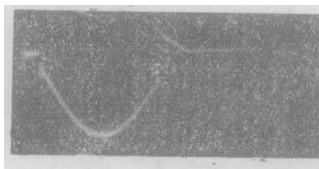


图 11 充电电流波形

参 考 文 献

- [1] Neal, R.B.(General Editor), *The Stanford Two-Mile Accelerator*, Stanford University, 1968, P.427-436
- [2] 王惠章等, 原子能科学技术, 5(1982), 520
- [3] 曹德彰等, 粒子加速器(1979年全国加速器技术交流会论文选集), 1980年, 第207页

(编辑部收到日期: 1983 年 9 月 27 日)