

# 直线感应加速器间隙中的径向聚焦

陈 银 宝

(中国原子能科学研究院, 北京)

M. Reiser

(美国马里兰大学等离子体研究实验室)

在直线感应加速器间隙中的电场的聚焦特性与在双圆筒静电透镜中的电场的聚焦特性相同。在非相对论情况下, 对双圆筒静电透镜的聚焦性质已有系统的研究。本文提出相对论情况下双圆筒静电透镜的聚焦性质, 得出在薄透镜近似下的解析公式, 并给出计算实例及与数值积分计算相比较。结果表明, 在实际应用的范围内, 解析公式具有足够的精确度。

**关键词** 直线感应加速器, 径向聚焦, 双圆筒静电透镜。

## 一、引 言

两个具有相同半径  $b$ , 分开距离为  $d$  的同轴圆筒电极, 当它们之间存在电位差  $\Delta V = V_2 - V_1$  时, 便形成一个加速(或减速)间隙。电荷为  $q$  的粒子在这个间隙里将获得(或丢失)动能  $q\Delta V$ 。这种双圆筒电极结构, 如图 1 所示。因为它能对穿越的粒子产生一个净聚焦力(无论粒子是获得能量或是丢失能量), 而被称为双圆筒透镜。关于双圆筒透镜的光学特性, 在非相对论能量情况下, 已为人们所熟悉, 例如, 早在七十年代初, El-Kareh 书中就已详细计算并给出了透镜参数的图表<sup>[1]</sup>。

在本文中, 我们将把原有的双圆筒透镜的第一级(近轴)理论扩展到相对论范围。应用薄透镜近似于间隙宽度比电极半径小得多的情况 ( $d \ll b$ ), 得到聚焦长度  $f_1$ 、 $f_2$  的解析公式, 通过实例计算与数值积分结果相比较, 在我们所考虑的全部例子中, 发现二者的误差最大不超过 7%, 符合得很好。

我们的结果对于单间隙高电压的静电加速器系统以及用于电子束的直线感应加速器特别有意义。感应加速器正被成功地用于自由电子激光(FEL)<sup>[2]</sup>, 用作相对论速调管的注入器<sup>[3]</sup>, 以及在要求强相对论电子束的其它许多实验中。在这种感应加速器中的加速间隙电压是用一个随时间变化的方位角磁场产生的。根据法拉第定律, 可以得到

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{\partial \Psi}{\partial t} \quad (1)$$

其中  $\Psi = \iint B_\theta dr dz$  是围绕间隙的方位角磁通量。如果在时间间隔  $\tau$  里, 磁通量随时间线性的变化量为  $\Psi_1$ , 也即, 如果有  $\Psi(t) = \Psi_0 + \Psi_1 t / \tau$ , 那末, 根据(1)可以得到

$$\Delta V = V_2 - V_1 = \frac{\Psi_1}{\tau} = \text{const}, \quad \text{当 } 0 \leq t \leq \tau \quad (2)$$

于是, 对于在时间间隔  $\tau$  里穿过加速间隙的电子来说, 感应电场的作用实际上就与一

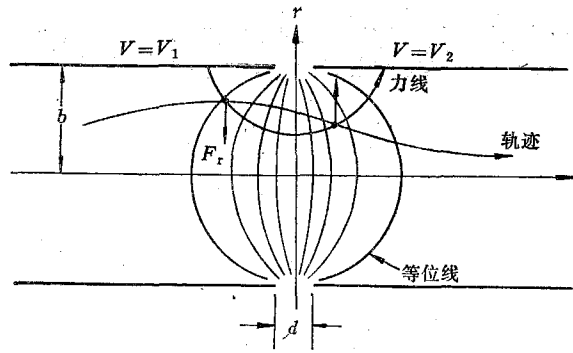


图 1 在感应加速器间隙(双圆筒静电透镜)中的电场分布及电子轨迹  
 Fig. 1 Electric field configuration and electron trajectory(schematic)in an induction accelerator gap (electrostatic bipotential lens)

个等效静电场的作用相同。对于典型参数如  $b=2\sim 10\text{ cm}$ ,  $V\geq 100\text{ kV}$ ,  $\tau=10\sim 100\text{ ns}$ , 电子在间隙中的渡越时间为毫微秒量级或更少些。因此, 这个静电等价标准是能很好满足的。当磁通量随时间变化是非线性时, 这时, 只要电子在间隙中的渡越时间与间隔  $\tau$  相比小得可以忽略, 那末, 这个静电等价标准仍然能够成立。不过, 在这种情况下, 穿过间隙的电压、粒子获得的能量以及径向聚焦, 都将取决于粒子穿越间隙的时间  $t$ 。

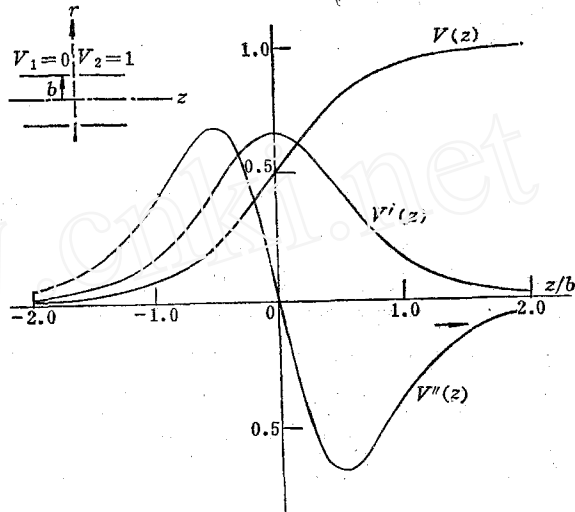


图 2 透镜轴上的电位  $V(z)$  及其导数  $V'(z)$ ,  $V''(z)$  分布  
 Fig. 2 Potential distribution  $V(z)$  and derivatives  $V'(z), V''(z)$  on the axis of the lens ( $r=0$ )

图 1 所示的双圆筒透镜的电位分布可以从解拉普拉斯方程得到<sup>[1]</sup>:

$$\phi(r, z) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} a_k(k) J_0(ikr) \cdot e^{ikz} dk \quad (3)$$

其中  $J_0(ikr)$  为标准零阶第一类贝塞尔函数, 系数  $a_k(k)$  必须用  $\phi(r, z)$  的边界条件解得。对于两个圆筒具有相同半径  $b$ , 且它们之间的间隔又很小(也即  $d \ll b$ ) 的特殊情况, 位函数可以写成如下形式:

$$\phi(r, z) = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{\sin kz}{k} \frac{J_0(ikr)}{J_0(ikb)} dk \quad (4)$$

其中  $V_1$  和  $V_2$  分别相应于穿越间隙之前后电子能量的电位, 而  $\Delta V = V_2 - V_1$  为穿越间隙的电位差。

轴上电位的变化  $\phi(0, z) = V(z)$  及其第一、二次导数  $V'(z) = dV/dz$  和  $V''(z) = d^2V/dz^2$ , 如图 2 所示。为方便起见, 我们在图中设了  $V_1 = 0$  和  $V_2 = 1$ 。对于  $V(z)$ , El-Kareh 给出了很好的近似公式<sup>[1]</sup>:

$$\phi(0, z) = V(z) = \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{2} \tanh \alpha z \quad (5)$$

其中  $\alpha = 1.32/b$ 。由此, 我们不难得到两个导数为

$$V'(z) = \frac{V_2 - V_1}{2} \alpha (1 - \tanh^2 \alpha z); \quad (6)$$

$$V''(z) = \alpha^2 (V_2 - V_1) (\tanh^3 \alpha z - \tanh \alpha z) \quad (7)$$

## 二、相对论近轴射线方程

对于一个没有磁透镜的轴对称静电聚焦系统和正则角动量  $P_\theta$  为零的粒子的相对论近轴射线方程, 可以写为<sup>[4]</sup>:

$$r'' + \frac{\gamma'}{\beta^2 \gamma} r' + \frac{\gamma''}{2 \beta^2 \gamma} r = 0 \quad (8)$$

其中,  $r = r(z)$  为粒子的轨道半径,  $' = \frac{d}{dz}$ ,  $\beta = \frac{v}{c}$  为粒子速度  $v$  对光速  $c$  之比,  $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$  为相对论质量因子, 其与位函数  $V(z)$  的关系为

$$\gamma = 1 + \frac{qV(z)}{m_0 c^2} \quad (9)$$

改写方程(8)为

$$r'' + g_1 r' + g_2 r = 0 \quad (10)$$

其中  $g_1 = \gamma' / \beta^2 \gamma$ ,  $g_2 = \gamma'' / 2 \beta^2 \gamma$ 。

引入一个新变量“约化半径”:

$$R(z) = r(z) (\gamma^2 - 1)^{1/4} \quad (11)$$

则可消去方程(10)中的  $g_1 r'$  项, 而得到

$$R''(z) + G(z) R(z) = 0 \quad (12)$$

其中

$$G = g_2 - \frac{1}{4} g_1^2 - \frac{1}{2} g_1' = \frac{\gamma'^2 \left(1 + \frac{1}{2} \gamma^2\right)}{2(\gamma^2 - 1)^2} \quad (13)$$

在非相对论极限下, 应用下面的近似式

$$\gamma^2 \approx 1 + \frac{2qV}{m_0 c^2} \quad (14)$$

$$\gamma'^2 \approx \left(\frac{q}{m_0 c^2}\right)^2 V'^2 \quad (15)$$

可由式(13)得到

$$G = \frac{3V'^2}{16V^2} \quad (16)$$

与文献[1]中的非相对论结果一致。

### 三、薄透镜近似

如果假设粒子的约化半径  $R(z)$  在间隙内保持不变, 也即应用薄透镜近似, 则由方程(12)的积分可以得到

$$R'_2 - R'_1 = - \int_{z_1}^{z_2} G(z) R(z) dz = - \bar{R} \int_{z_1}^{z_2} G(z) dz \quad (17)$$

这里的  $z_1$  和  $z_2$  确定了间隙场的宽度, 上式中已用到  $R(z) = \bar{R} = \text{const}$  的假定。

从方程(5)和(9), 可以得到:

$$\begin{aligned} \gamma^2 &= \left[ 1 + \frac{q}{m_0 c^2} \left( \frac{V_1 + V_2}{2} + \frac{V_2 - V_1}{2} \tanh \alpha z \right) \right]^2 \\ &= 1 + C + B\xi + A\xi^2 \\ &= 1 + D \end{aligned}$$

其中

$$\xi = \tanh \alpha z \quad (19)$$

$$C = \left( \frac{q}{m_0 c^2} \frac{V_1 + V_2}{2} \right)^2 + \frac{q}{m_0 c^2} (V_1 + V_2) \quad (20)$$

$$B = \frac{q}{m_0 c^2} (V_2 - V_1) \left[ 1 + \frac{1}{2} \frac{q}{m_0 c^2} (V_1 + V_2) \right] \quad (21)$$

$$A = \left( \frac{q}{m_0 c^2} \frac{V_2 - V_1}{2} \right)^2 \quad (22)$$

$$D = A\xi^2 + B\xi + C \quad (23)$$

另外, 从方程(6)又得到

$$\gamma'^2 = A\alpha^2 (1 - \xi^2)^2 \quad (24)$$

将(18)和(24)代入方程(13), 得到

$$G = \frac{A\alpha^2}{4} \left[ \frac{3(1 - \xi^2)^2}{D^2} + \frac{(1 - \xi^2)^2}{D} \right] \quad (25)$$

因此, 方程(17)中的积分变为

$$\int_{z_1}^{z_2} G(z) dz = \frac{A\alpha}{4} \int_{-1}^1 \left[ \frac{3(1 - \xi^2)}{D^2} + \frac{1 - \xi^2}{D} \right] d\xi \quad (26)$$

我们假设积分限是取在无场区, 也即可以取  $z_1 \rightarrow -\infty, z_2 \rightarrow \infty$ , 因此有:

$$\begin{aligned} \tanh \alpha z_1 &= -1, \quad \gamma = \gamma_1 = 1 + qV_1/m_0 c^2, \quad \gamma'_1 = 0 \\ \tanh \alpha z_2 &= 1, \quad \gamma = \gamma_2 = 1 + qV_2/m_0 c^2, \quad \gamma'_2 = 0 \end{aligned} \quad (27)$$

于是, 式(26)可以直接积分, 代入方程(17)得到

$$\begin{aligned} R'_2 - R'_1 &= -\frac{\alpha}{4} \bar{R} \left[ \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \frac{1}{2}(\gamma_1 \gamma_2 - 5)}{\gamma_2 - \gamma_1} \log \frac{\gamma_2^2 - 1}{\gamma_1^2 - 1} \right. \\ &\quad \left. - \frac{\gamma_1 \gamma_2 - 5}{\gamma_2 - \gamma_1} \log \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_1 + 1} - 5 \right] \end{aligned} \quad (28)$$

从式(11)的约化半径定义中, 得到透镜两边的实际半径应为

$$r_1 = \frac{R_1}{(\gamma_1^2 - 1)^{1/4}}, \quad r_2 = \frac{R_2}{(\gamma_2^2 - 1)^{1/4}} \quad (29)$$

束流光学中, 在束流下游(透镜的象区)的焦距 $f_2$ , 是由一个以初始半径为 $r_1$ 和初始斜率为 $r'_1=0$ 的粒子来定义的: 如果该粒子通过透镜以后的斜率为 $r'_2$ , 那末焦距 $f_2=-r_1/r'_2$ 。在薄透镜近似下, 也即假设粒子的约化半径在透镜内为常数 $R(z)=\bar{R}=R_1$ , 利用式(29), 我们得到:

$$\frac{1}{f_2} = \frac{\alpha}{4} \left( \frac{\gamma_1^2 - 1}{\gamma_2^2 - 1} \right)^{1/4} \left[ \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \frac{1}{2}(\gamma_1\gamma_2 - 5)}{\gamma_2 - \gamma_1} \log \frac{\gamma_2^2 - 1}{\gamma_1^2 - 1} - \frac{\gamma_1\gamma_2 - 5}{\gamma_2 - \gamma_1} \log \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_1 + 1} - 5 \right] \quad (30)$$

对于束流上游(透镜的物区)的焦距 $f_1$ , 众所周知, 可由透镜两边的焦距 $f$ 与粒子动量 $p$ 的关系 $f_2/f_1 = p_2/p_1 = (\gamma_2^2 - 1)^{1/2}/(\gamma_1^2 - 1)^{1/2}$ 而得到:

$$\frac{1}{f_1} = \frac{\alpha}{4} \left( \frac{\gamma_2^2 - 1}{\gamma_1^2 - 1} \right)^{1/4} \left[ \frac{\gamma_1 + \gamma_2 + \frac{1}{2}(\gamma_1\gamma_2 - 5)}{\gamma_2 - \gamma_1} \log \frac{\gamma_2^2 - 1}{\gamma_1^2 - 1} - \frac{\gamma_1\gamma_2 - 5}{\gamma_2 - \gamma_1} \log \frac{\gamma_2 + 1}{\gamma_1 + 1} - 5 \right] \quad (31)$$

在非相对论极限下, 方程(30)变为

$$\frac{1}{f_2} = \frac{3}{8} \alpha \left( \frac{V_1}{V_2} \right)^{1/4} \left[ \frac{V_1 + V_2}{V_2 - V_1} \log \frac{V_2}{V_1} - 2 \right] \quad (32)$$

与文献[1]中的公式一致。非相对论情况下的透镜物区焦距 $f_1$ , 可以由关系式 $f_2/f_1 = (V_2/V_1)^{1/2}$ 而得到

$$\frac{1}{f_1} = \frac{3}{8} \alpha \left( \frac{V_2}{V_1} \right)^{1/4} \left[ \frac{V_1 + V_2}{V_2 - V_1} \log \frac{V_2}{V_1} - 2 \right] \quad (33)$$

#### 四、数值结果

为了验证上述用薄透镜近似所推得的相对论情况下的直线感应加速器间隙(即双圆筒静电透镜)的聚焦公式(30)和(31)的精确性, 我们对平行入射或平行出射透镜的粒子轨迹, 用方程(8)进行数值积分。根据束流光学, 透镜主平面的位置是由入射轨迹与实际轨迹的交点所决定的。参数 $d_1$ 表征从透镜中心到主平面I的距离,  $d_2$ 表征从透镜中心到主平面II的位置。在主平面I位于下游(象区), 而主平面II位于上游(物区)的情况下, 定义参数 $d_1$ 和 $d_2$ 为正值。

对于不同电压 $V_1$ 和 $V_2$ , 用方程(8)数值积分而得的结果列于表1中。注意到其中的 $d_1$ 为负值, 而 $d_2$ 为正值, 这意味着两个主平面都位于间隙中心的上游一方。

在表2中, 我们对用解析式(30)所得的 $b/f_2$ 与用方程(8)数值积分所得的结果进行了比较。可以看到, 近似公式的精确度在百分之几的范围内, 这在大多数的实际应用中是可以允许的。

图3和4给出了应用解析公式(30)到(33), 对于相对论情况下的不同初始电压 $V_1$ 及非相对论(NR)能量范围的 $b/f_1$ 和 $b/f_2$ 随 $V_2/V_1$ 变化的曲线。为了完整性, 这些曲线也包含了 $V_2 < V_1$ 的情况, 也就是说, 包括了减速间隙的情况。从图上可以看到, 在加速

表 1 透镜参数的数值计算结果

Table 1 Numerical results for lens parameters for different electron beam voltages  $V_1$  and  $V_2$  before and after gap crossing

$V_1/\text{kV}$	$V_2/\text{kV}$	$b/f_2$	$d_2/b$	$b/f_1$	$-d_1/b$
100	200	0.0296	6.218	0.0442	4.550
	300	0.0624	4.479	0.1183	3.050
	400	0.0893	3.970	0.1980	2.600
200	300	0.0112	11.524	0.0142	8.250
	400	0.0274	7.110	0.0434	5.050
	500	0.0442	5.770	0.0791	3.940
300	400	0.0057	17.960	0.0071	12.050
	500	0.0164	10.113	0.0227	7.200
	600	0.0279	7.766	0.0436	5.350
500	600	0.0024	23.500	0.0027	20.750
	700	0.0074	12.950	0.0097	11.400
	800	0.0141	9.850	0.0198	8.150

表 2 解析解与数值解的比较

Table 2 Comparison of analytical and numerical results

$V_1/\text{kV}$	$V_2/\text{kV}$	$(b/f_2)_{\text{anal.}}$	$(b/f_2)_{\text{num.}}$	$\Delta$
100	200	0.0302	0.0296	0.020
	300	0.0658	0.0624	0.054
	400	0.0941	0.0893	0.054
200	300	0.0109	0.0112	-0.027
	400	0.0288	0.0274	0.052
	500	0.0463	0.0002	0.047
300	400	0.0056	0.0057	-0.017
	500	0.0163	0.0164	-0.006
	600	0.0280	0.0279	0.004
500	600	0.0023	0.0074	-0.041
	700	0.0074	0.0074	-0.001
	800	0.0138	0.0141	-0.021

$$\Delta = \frac{(b/f_2)_{\text{anal.}} - (b/f_2)_{\text{num.}}}{(b/f_2)_{\text{num.}}}$$

间隙中，用非相对论公式得到的聚焦强度  $b/f_1$  和  $b/f_2$  比较高。但令人奇怪的是，在减速间隙 ( $V_2/V_1 < 1$ ) 中，相对论与非相对论所得的结果差别极小。另外，当束流电压超过 200 到 300 kV 时， $b/f_1$  与  $b/f_2$  的变化就很明显了。

在图 5 和 6 中，给出了用方程(8)数值积分对于加速间隙 ( $V_2/V_1 > 1$ ) 所得的两个主平面的相对位置  $-d_1/b$  和  $d_2/b$ 。与聚焦强度的情况不同，两个主平面的位置在相对论与非相对论情况下是明显不同的。并且，随着束流电压的升高，主平面到间隙中心的距离也增加。

根据表 1 及图 3 到图 6，我们可以对一个感应间隙(或说双圆筒静电透镜)的聚焦效应进行计算或快速的估算。例如，在图 1 中所画的粒子通过间隙的典型轨迹，当它在上游的

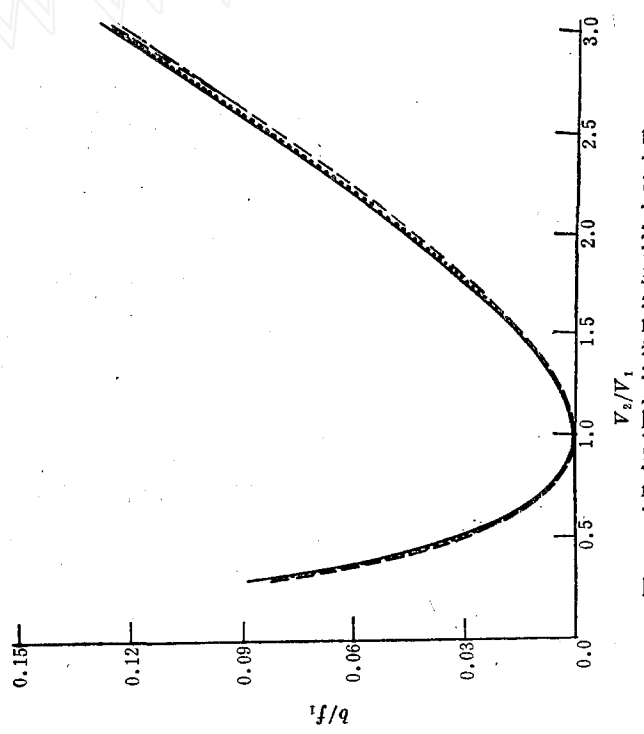


图 3 对具有不同初始能量的相对论电子束及非相对论 (NR) 电子束, 根据方程(31)和(33)得到的物区聚焦强度  $b/f_1$  随电压比  $V_2/V_1$  的变化曲线  
 Fig. 3 Object side focusing strength  $b/f_1$  versus voltage ratio  $V_2/V_1$  for different relativistic electron beam voltages  $V_1$  and for the nonrelativistic regime (NR), according to eqs. (31) and (33)  
 —NR; .....100 kV; ---200 kV; ---300 kV.

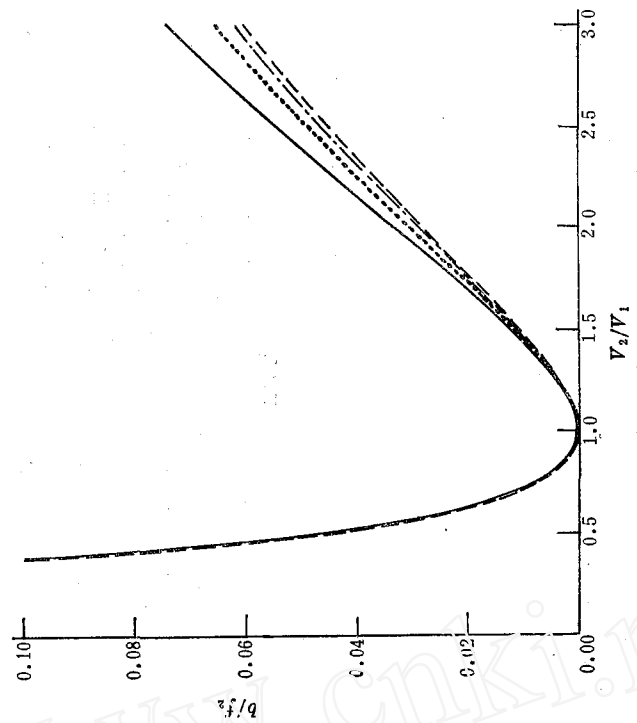


图 4 对具有不同初始能量的相对论电子束及非相对论 (NR) 电子束, 根据方程(30)和(32)得到的象区聚焦强度  $b/f_2$  随电压比  $V_2/V_1$  的变化曲线  
 Fig. 4 Image-side focusing strength  $b/f_2$  versus voltage ratio  $V_2/V_1$  for different relativistic electron beam voltages  $V_1$  and for the nonrelativistic regime (NR), according to eqs. (30) and (32)  
 —NR; .....100 kV; ---200 kV; ---300 kV.

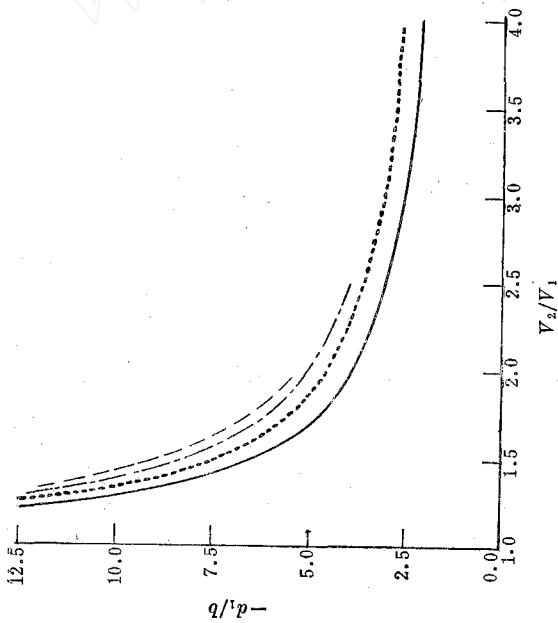


图 5 对具有不同初始能量的相对论电子束及非相对论(NR)电子束,用近轴方程(8)数值积分算得的透镜主平面 I 相对于透镜中心的位置  $-d_1/b$  随电压比  $V_2/V_1$  的变化

Fig. 5 Location of principal plane I,  $-d_1/b$ , with respect to lens center versus  $V_2/V_1$ , for different beam voltages  $V_1$  and for the nonrelativistic case (NR), from numerical integration of paraxial ray equation(8)  
 ——NR; .....100 kV;  
 ---200 kV; -.-300 kV.

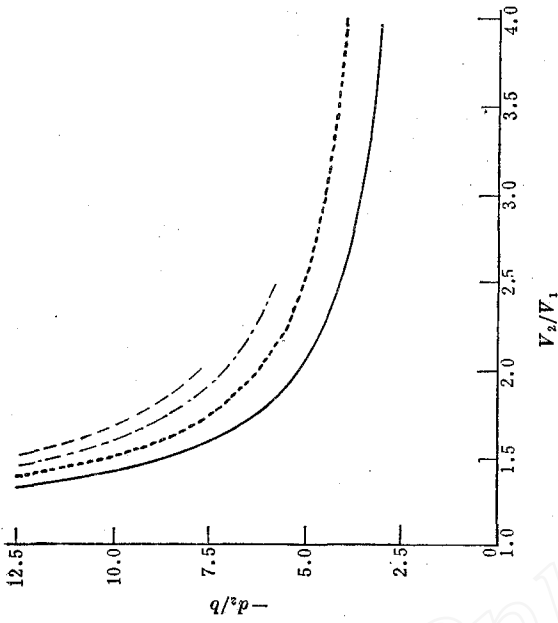


图 6 对具有不同初始能量的相对论电子束及非相对论(NR)电子束,用近轴方程(8)数值积分算得的透镜主平面 II 相对于透镜中心的位置  $d_2/b$  随电压  $V_2/V_1$  的变化

Fig. 6 Location of principal plane II,  $d_2/b$ , with respect to lens center versus  $V_2/V_1$ , for different beam voltages  $V_1$  and for the nonrelativistic case (NR), from numerical integration of paraxial ray equation(8)  
 ——NR; .....100 kV;  
 ---200 kV; -.-300 kV.



无场区时, 将是一条斜率为  $r'_1$  的直线, 若把这条直线向前投影到透镜的中央平面上, 将得到离轴的径向距离  $r_1$ ; 穿过间隙场区以后, 粒子轨迹将以斜率  $r'_2$  出射, 并在下游的无场区, 再次形成一条直线, 若把这条斜率为  $r'_2$  的直线往后投影到透镜的中央平面上, 将得到离轴的径向距离  $r_2$ 。于是, 间隙透镜的作用就可以用在中央平面上轨迹的斜率和半径的改变来表示, 而轨迹的斜率和半径的改变, 可由下面众所周知的矩阵关系

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 - d_2/f_2 & f_1(d_1/f_1 + d_2/f_2 - d_1 d_2/f_1 f_2) \\ -1/f_2 & (f_1/f_2)(1 - d_1/f_1) \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} \quad (34)$$

得到。

在薄透镜近似里, 也即设  $d_1 = d_2 = 0$ , 则上面矩阵退化为

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1/f_2 & f_1/f_2 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} \quad (35)$$

作为一个例子, 考察一束能量为 100 keV 的电子, 穿过孔径为  $b = 2$  cm 而电压差为 200 kV (即  $V_2/V_1 = 3$ ) 的感应加速器间隙。从表 1, 可以查得  $b/f_2 = 0.0624$ , 因此,  $f_2 = 32.05$  cm;  $b/f_1 = 0.1183$ , 因此,  $f_1 = 16.91$  cm;  $d_2 = 8.96$  cm,  $d_1 = -6.1$  cm。于是透镜矩阵 (34) 变为

$$\begin{pmatrix} r_2 \\ r'_2 \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} 0.721 & 0.330 \\ -0.031 & 0.718 \end{bmatrix} \begin{pmatrix} r_1 \\ r'_1 \end{pmatrix} \quad (36)$$

因此, 当粒子以  $r_1 = 1$  cm,  $r'_1 = 0$  入射到透镜, 经过透镜后, 出射时具有  $r_2 = 0.721$  cm,  $r'_2 = -0.031$  rad。这个例子表明, 若用薄透镜近似的矩阵公式 (35) 来作上述计算, 就不够精确了。

最后, 应该指出, 非相对论的结果, 对用于如重离子聚变加速器实验的感应加速器, 也是很有意义的<sup>[5]</sup>。

## 参 考 文 献

- [1] El-Kareh A. B. and El-Kareh, J. C. J., *Electron beams, lenses, and optics*, Vol. 1, Academic press, New York and London, 1970.
- [2] Orzechowski, T. J. et al., *Phys. Rev. Lett.*, **54**, 889 (1985).
- [3] Sessler, A. M. and Yu, S. S., *Phys. Rev. Lett.*, **58**, 2439 (1987).
- [4] Lawson, J. D., *The physics of charged-particle beams*, Oxford university press, 1977.
- [5] Keefe, D., *AIP Conf. Proc. Heavy Ion Fusion* (Editors: M. Reiser, T. Godlove, and R. Bangerter), **152**, 63 (1986).

(编辑部收到日期: 1989年2月15日)

# RADIAL FOCUSING IN A LINEAR INDUCTION ACCELERATOR GAP

CHEN YINBAO

*(China Institute of Atomic Energy, P. O. Box 275, Beijing)*

M. REISER

*(Laboratory for Plasma Research, University of Maryland,  
College Park, MD 20742)*

## ABSTRACT

The focusing properties of the electric field distribution in a linear induction accelerator gap are identical to those of a bipotential electrostatic lens if the particle gap-transit time is small compared with the time variation of the induced electric field. Bipotential lenses are studied systematically only in the nonrelativistic case. In this paper we present the results of a theoretical study of the focusing properties of a symmetrical two-cylinder lens with identical radii and negligible separation for relativistic electron beams. Analytical formulas derived by using the thin-lens approximation are compared with the results of numerical integration of the relativistic paraxial ray equation and found to be sufficiently accurate for practical applications.

**Key words** Linear induction accelerators, Radial focusing, Bipotential lens.