

固支-简支端部边界条件下 同轴圆柱壳体的流致不稳定性研究

王建立, 沈孟育

(清华大学 工程力学系, 北京 100084)

摘要: 基于 Païdoussis 等同轴圆柱壳体流致不稳定性的数学模型和研究方法, 分析了固支-简支端部约束条件下同轴圆柱壳体系统的流致不稳定性。结果表明: 同两端固支相比, 固支-简支端部边界下壳体系统的失稳临界流速更低。

关键词: 同轴圆柱壳体; 边界条件; 流致不稳定性

中图分类号: O351.1

文献标识码: A

文章编号: 1000-6931(2003)01-0073-03

Study on the Instability of Clamped-pinned Coaxial Cylindrical Shells

WANG Jian-li, SHEN Meng-yu

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The study on the flow-induced instability of clamped-pinned coaxial cylindrical shells is carried out based on Païdoussis' mathematical model and analytical method. The results show that the critical flow velocity of a clamped-pinned shell system is lower than that of a clamped-clamped shell system.

Key words: coaxial cylindrical shell; boundary condition; flow-induced instability

许多工程应用存在处于内流或外流中的圆柱形结构, 如压水堆中的吊篮和压力容器等。长期的高速流动可能诱发这些圆柱形结构产生流致振动和流致不稳定性问题, 影响系统的安全。Païdoussis 等^[1~3]基于小扰动假设和位势流理论得到轴向流动中同轴圆柱壳体系统流致不稳定性问题的数学模型和研究方法, 基于此方法, Païdoussis、el Chebair^[4]、Aur Yang 等^[5]研究了两端固支、两端简支和悬臂的壳体端部边界条件; Sharma 等^[6]考虑了端部圆环支撑; 对

固支-简支边界条件未进行过研究, 而这种壳体端部边界条件可能更接近一些工程实际情况。本文基于 Païdoussis 等的数学模型和研究方法, 对固支-简支端部边界条件下壳体系统的流致不稳定性进行分析研究。

1 壳体端部边界

工程应用中, 一些压水堆堆型^[7]的压力壳体和吊篮组成了同轴圆柱壳体结构, 吊篮的上端受到压紧弹簧的压紧, 类似于固支边界, 而吊

收稿日期: 2001-09-15; 修回日期: 2001-11-22

作者简介: 王建立 (1972—), 男, 吉林长春人, 博士, 流体力学专业

篮下端连接着环状结构且受到导向块的约束,又因不同材料间热胀冷缩不同,在轴向上需要确保吊篮不受约束,这种边界条件更近似壳体简支边界,而不是固支或自由端。

Paidoussis 等采用伽辽金方法求解最后得到的系统振动方程,寻求如下形式的解:

$$\begin{Bmatrix} u \\ v \\ w \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} A_{mn} \cos n\theta \\ B_{mn} \sin n\theta \\ C_{mn} \cos n\theta \end{Bmatrix} \left\{ a \frac{\partial}{\partial x} \right\} \phi_m(x) e^{i\Omega t} \quad (1)$$

其中: x 、 r 、 θ 分别为轴向、径向、周向坐标; u 、 v 、 w 分别为壳体的轴向、径向、周向位移; a 为内壳半径; A_{mn} 、 B_{mn} 、 C_{mn} 为需要确定的常数, m 为轴向波数, n 为周向波数; $i = \sqrt{-1}$; Ω 为系统特征频率; t 为时间; $x = 0$ 和 $x = L$ 为端部边界; $\phi_m(x)$ 为合适的试函数,即满足边界条件的振型函数,故试函数的选取取决于壳体端部边界条件的选取。

固支-简支壳体端部边界条件通过选取固支-简支梁的振型函数得到:

$$\begin{aligned} \phi_m(x) &= \cosh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \cos\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \\ &\frac{\cosh \lambda_m - \cos \lambda_m}{\sinh \lambda_m - \sin \lambda_m} \left[\sinh\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) - \sin\left(\frac{\lambda_m x}{L}\right) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

其中: λ_m 为特征方程 $\tan \lambda_m = \tanh \lambda_m$ 的第 m 个根。

固支-简支梁的振型函数满足如下条件:梁的固支边界, $\phi = \phi' = 0$; 梁的简支边界, $\phi = \phi'' = 0$ 。代入式(1)可知:壳体的固支边界 $u = v = w = w' = 0$; 壳体的简支边界 $v = w = 0$ 时, $N_x = M_x$ 为常数,即法向力 N_x 及弯矩 M_x 可任意给定。可看出,这样的边界条件保证了轴向不受约束。

2 算例和讨论

同轴圆柱壳体模型示于图 1。

外壳(刚性)半径 $b = 100$ mm;内壳壁厚 $h_i = 0.5$ mm;内壳(弹性)半径 $a = (10/11)b$;壳体的间隙半径比 $\text{Gap} = (b - a)/a = 0.1$;壳体长度 $L = 1.00$ m;壳体密度 $\rho_s = 7.8 \times$

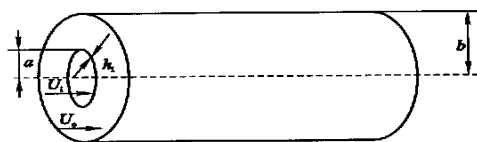


图 1 同轴圆柱壳体模型

Fig. 1 Model of coaxial cylindrical shells

10^3 kg/m³;内腔流体和环腔流体密度 $\rho_i = \rho_o = 10^3$ kg/m³;杨氏弹性模量 $E = 2.0 \times 10^{11}$ N/m²;泊松比 $\nu = 0.3$; U_i 、 U_o 分别为内腔和环腔中流速。计算时,振型试函数取到 5 阶。

同轴圆柱壳体系统流致不稳定性主要是研究系统达到失稳状态时的临界流速。在流速增大到一定值时,通常有两种典型的失稳状态:1) 发散失稳(Divergence),指系统振幅在极短的时间内迅速增大,如果系统位移用指数函数 $e^{i\Omega t}$ 表示,则它对应 Ω 虚部为正、实部为零的情况;2) 颤振失稳(Flutter),指系统振幅在正负间往返振荡并逐渐增大的情况。

图 2 为不同端部边界下的失稳临界流速。图中的两端固支的边界条件是利用 Paidoussis 等的方法选取的两端固支的端部边界条件。

通过对比两端固支的端部边界条件,本文提出的固支-简支边界的临界流速更低。因此,若按两端固支的端部边界条件来计算某些压水堆堆型中的吊篮和压力容器所组成的同轴圆柱壳体系统的临界流速可能是偏于不安全的。同时,在所考察的计算参数情况中,环腔流动情况下系统的临界流速更低,它表明环腔流动更倾向于使壳体系统失去稳定性。

3 结论

利用 Paidoussis 等基于小扰动假设和位势流理论得到的轴向流动中同轴圆柱壳体系统流致不稳定性问题的数学模型和研究方法,分析了固支-简支壳体端部边界条件下壳体系统的流致不稳定性问题。从结果可知:与两端固支相比,固支-简支端部边界下壳体系统的失稳临界流速更低。因此,对一些近似固支-简支情况的同轴壳体系统,如仍假定为两端固支来分析,则可能做出过于乐观的估计。

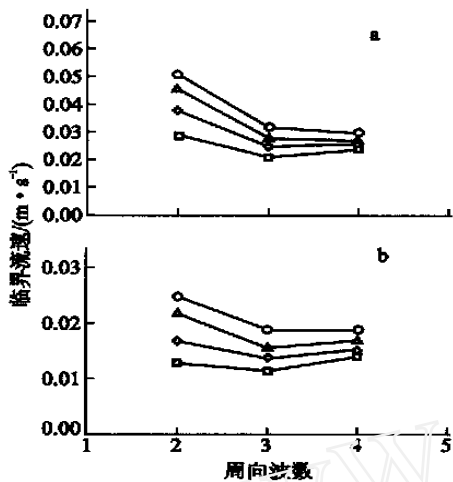


图2 不同端部边界下的失稳临界流速

Fig. 2 Critical velocities at different end boundary conditions

a ——内腔流体流动,环腔流体静止;
b ——环腔流体流动,内腔流体静止
□——发散失稳;△——颤振失稳;
◇——发散失稳(两端固支边界);
○——颤振失稳(两端固支边界)

参考文献:

[1] Païdoussis MP,Chan SP,Misra AK. Dynamics and Stability of Coaxial Cylindrical Shells Containing Flowing Fluid[J].J Sound Vib,1984,97(2):201~245.

[2] Païdoussis MP,Misra AK,Chan SP. Dynamics and Stability of Coaxial Cylindrical Shells Conveying Viscous Fluid[J]. J Applied Mech,1985,52:389~396.

[3] Païdoussis MP,Nguyen VB,Misra AK. Stability of Cantilevered Coaxial Shells With Internal and Annular Flow [A]. The 1990 Pressure Vessels and Piping Conference[C]. New York:American Society of Mechanical Engineers, 1990. 207~226.

[4] el-Chebair A,Misra AK. On the Dynamics and Stability of Cylindrical Shells Conveying Inviscid of Viscous Fluid in Internal or Annular Flow [J]. ASME Journal of Pressure Vessel Technology, 1991,113:409~417.

[5] Au-Yang MK. Dynamics of Coupled Fluid-shells [J]. Journal of Vibration,Acoustics,Stress,and Reliability in Design,1986,108:339~347.

[6] Sharma CB. Calculation of Natural Frequencies of Fixed-free Circular Cylindrical Shells[J]. J Sound Vib,1974,35(1):55~76.

[7] 陈济东. 大亚湾核电站系统及运行(上册)[M]. 北京:原子能出版社,1994. 118~125.