

$D_s^+ \rightarrow \pi K$ 衰变过程的软胶子效应研究

王典舜¹, 孟祥伟^{2,*}, 黄培库², 王光怀²

(1. 吉林农业工程职业技术学院, 吉林 公主岭 136100; 2. 吉林师范大学 物理学院, 吉林 四平 136000)

摘要: 本文在 QCD 因子化方法的基础上利用光锥 QCD 求和规则研究了 $D_s^+ \rightarrow \pi K$ 两个衰变道中的软胶子交换效应, 并在衰变总振幅中加入了来自软胶子交换的贡献。计算结果与实验数据符合得很好。

关键词: 非轻子衰变; 非因子化; 软胶子效应

中图分类号: O57 文献标志码: A 文章编号: 1000-6931(2010)02-0159-03

Soft-Gluon Exchange Effect in $D_s^+ \rightarrow \pi K$ Decays

WANG Dian-shun¹, MENG Xiang-wei^{2,*}, HUANG Pei-ku², WANG Guang-huai²

(1. Jilin Agriculture Engineering Polytechnic College, Gongzhuling 136100, China;

2. Institute of Physics, Jilin Normal University, Siping 136000, China)

Abstract: In this paper, based on the QCD factorization (QCDF), the soft-gluon exchange effect in $D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ and $D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ decays was studied by using light-cone QCD sum rules. After taking the contribution from the correction of soft-gluon effect into account in the total decay amplitude, it is found that the final results of calculation are consistent with the latest experiment data.

Key words: non-lepton decay; non-factorization; soft-gluon exchange effect

在过去的几十年, D 介子衰变理论和实验研究取得了很大进展^[1]。D 介子衰变研究不仅为标准模型中的相关参数测量提供了 1 个很好场所, 且为 CP 破坏机制、强相互作用的非微扰效应研究以及新粒子发现和新粒子模型的建立提供了有利依据。在 20 世纪 80 年代中期, 人们对 B 介子遍举衰变过程进行了理论研究。20 世纪 90 年代, B 介子工厂开始运转, 大量实验数据为理论模型的发展提供了十分有用的信息, 促使人们改进和提出一些新的计算模型, 比

如, 推广因子化方法(GF)和 QCD 因子化方法(QCDF)等。以前, 介子两体非轻子衰变过程理论研究取得了相当大的成功, 实验上观测到的衰变为色允许衰变。后来的实验基本表明了用因子化方法研究 B、D 介子色压低衰变存在很大部分的非因子化部分贡献未能计算, 所以, 有必要利用超出因子化的方法来研究 D 介子两体非轻子衰变^[2]。本文在 QCD 因子化方法的基础上, 利用光锥 QCD 求和规则研究 $D_s^+ \rightarrow \pi K$ 两个衰变道中的软胶子交换效应, 并在衰

收稿日期: 2009-07-08; 修回日期: 2009-09-04

基金项目: 吉林省教育厅科技计划资助项目(2006-76)

作者简介: 王典舜(1955—), 男, 吉林公主岭人, 副教授, 理论物理专业

* 通信作者: 孟祥伟, E-mail: mxwuu1983@yahoo.cn

变总振幅中加入来自软胶子交换的贡献。

为计算 $D_s^+ \rightarrow \pi K$ 衰变振幅,给出低能有效哈密顿量为:

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(V_{cd}^* V_{ud})[C_1(\mu)Q_1(\mu) + C_2(\mu)Q_2(\mu)] + \text{h. c.} \quad (1)$$

其中: $Q_{1,2}(\mu)$ 为四夸克算符; $C_{1,2}(\mu)$ 为 Wilson 系数。

可直接计算出 QCD 修正的因子化强子矩阵元,通过构造相应的关联函数计算出软胶子交换部分的强子矩阵元,从而获得衰变的分支比为:

$$\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi K) = \frac{\Gamma(D_s^+ \rightarrow \pi K)}{\Gamma_{\text{tot}}} \quad (2)$$

朴素因子化结果为: $\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0) = 4.31 \times 10^{-3}$, $\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+) = 4.08 \times 10^{-5}$; QCD 因子化结果为: $\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0) = 5.24 \times 10^{-3}$, $\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+) = 5.30 \times 10^{-4}$ 。显然,它们与实验结果偏差很大,尤其是 $D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ 衰变。这说明,理论模型还需考虑其它因素,而软胶子交换效应即是其中主要因素之一。

1 $D_s^+ \rightarrow \pi K$ 衰变软胶子效应贡献振幅的计算

由式(1)进一步得到 $D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ 衰变有效弱哈密顿量为:

$$H_{\text{eff}} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(V_{cd}^* V_{ud})[C_1(\mu) + \frac{C_2(\mu)}{3}Q_1(\mu) + 2C_2(\mu)\tilde{Q}_1(\mu)] \quad (3)$$

$$\tilde{Q}_1(\mu) = (\bar{u}\Gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2}d)(\bar{d}\Gamma_\mu \frac{\lambda^a}{2}c),$$

$$\Gamma_\mu = \gamma_\mu(1 - \gamma_5), \text{Tr}(\lambda^a \lambda^b) = 2\delta^{ab} \quad (4)$$

$$Q_2 = \frac{1}{3}Q_1 + 2\tilde{Q}_1 \quad (5)$$

式(5)为进行 Fierz 变换的结果。

首先构造下列真空-K 介子三点关联函数为:

$$F_a^{(Q_1)}(p, q, k) = - \int d^4x e^{-i(p-q)x} \int d^4y e^{i(p-k)x} \langle 0 | T\{j_{a5}^{(\pi^+)}(y)\tilde{O}_1(0)j_5^{(D_s^+)}(x)\} | K^0(q) \rangle \quad (6)$$

其中, $j_{a5}^{(\pi^+)}(y) = \bar{u}(y)\gamma_a\gamma_5 d(y)$ 和 $j_5^{(D_s^+)}(x) = m_c \bar{c}(x)i\gamma_5 s(x)$ 分别为 π^+ 和 D_s^+ 介子内插夸克流。

关联函数式(6)是3个独立动量 $q, p-k$ 和 k 的函数,可分解成洛伦兹结构形式,为:

$$F_a^{(Q_1)} = (p-k)_a F^{(Q_1)} + q_a \tilde{F}_1^{(Q_1)} + k_a \tilde{F}_2^{(Q_1)} + \epsilon_{a\beta\lambda\rho} q^\beta p^\lambda k^\rho \tilde{F}_3^{(Q_1)} \quad (7)$$

其中,只有 $F^{(Q_1)}$ 与欲计算的强子矩阵元有关。

关联函数式(6)展开成3个算符的 T 乘积,并在光锥附近 $x^2 \approx y^2 \approx x^2 - y^2 \approx 0$ 。为便于展开,要求选择的动量运动学区域为:

$$q^2 = p^2 = k^2 = 0$$

$$|(p-k)^2| \approx |(p-q)^2| \approx |P^2| \geq \Lambda_{\text{QCD}}^2 \quad (8)$$

其中, $p \equiv p - k - q$ 。

经一系列理论推导,最后得到 $D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ 衰变过程中软胶子交换非因子化的强子矩阵元为:

$$A_1 = A(D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0) =$$

$$im_{D_s} \left(\frac{1}{4\pi^2} f_\pi \int_0^{S_0^\pi} ds e^{-\frac{m_c^2 - s}{M^2}} \right) \left(\frac{m_c^2}{2f_{D_s} m_{D_s}^4} \cdot \int_{u_0^{D_s}}^1 \frac{du}{u} e^{\frac{m_{D_s}^2}{M^2} - \frac{m_c^2}{uM^2}} \left(\frac{m_c f_{3K}}{u} \int_0^u \frac{dv}{v} \varphi_{3K}(1-u, u-v, v) + f_K \int_0^u \frac{dv}{v} \left(3\tilde{\varphi}_\perp(1-u, u-v, v) - \left(\frac{m_c^2}{uM'^2} - 1 \right) \frac{\Phi_1(1-u, v)}{u} \right) + f_K \left(\frac{m_c^2}{uM'^2} - 2 \right) \frac{\Phi_2(u)}{u^2} \right) \right) \quad (9)$$

其中, $u_0^{D_s} = \frac{m_c^2}{S_0^{D_s}}$; S_0^K 和 $S_0^{D_s}$ 分别为 K 和 D_s 介子的有效阈参数。

这样,得到 $D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ 衰变跃迁总振幅为:

$$M_1(D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0) = M_{\text{f+g}_s} + M_{\text{nf}_g_s} = i \frac{G_F}{\sqrt{2}} f_\pi F^{\text{DK}}(0) (m_{D_s}^2 - m_K^2) V_{cd}^* V_{ud} a_1 + \sqrt{2} G_F V_{cd}^* V_{ud} C_2 A_1 \quad (10)$$

其中, $M_{\text{f+g}_s}$ 即是 QCD 因子化结果,而 $M_{\text{nf}_g_s}$ 来自软胶子效应非因子化部分贡献。

$D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ 衰变的软胶子交换非因子化贡献的强子矩阵元为:

$$A_2 = A(D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0) =$$

$$im_{D_s} \left(\frac{1}{4\pi^2} f_\pi \int_0^{S_0^\pi} ds e^{-\frac{m_c^2 - s}{M^2}} \right) \left(\frac{m_c^2}{2f_{D_s} m_{D_s}^4} \cdot \int_{u_0^{D_s}}^1 \frac{du}{u} e^{\frac{m_{D_s}^2}{M^2} - \frac{m_c^2}{uM^2}} \left(\frac{m_c f_{3K}}{u} \int_0^u \frac{dv}{v} \varphi_{3K}(1-u, u-v, v) + f_K \int_0^u \frac{dv}{v} \left(3\tilde{\varphi}_\perp(1-u, u-v, v) - \left(\frac{m_c^2}{uM'^2} - 1 \right) \frac{\Phi_1(1-u, v)}{u} \right) + f_K \left(\frac{m_c^2}{uM'^2} - 2 \right) \frac{\Phi_2(u)}{u^2} \right) \right) \quad (11)$$

$D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ 衰变跃迁总振幅为:

$$M_2(D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+) = M_{\text{tt}\alpha_s} + M_{\text{nf}g_s} = -i \frac{G_F}{2} f_\pi F^{\text{DK}}(0) (m_{D_s}^2 - m_K^2) V_{cd}^* V_{ud} a_2 + \sqrt{2} G_F V_{cd}^* V_{ud} C_1 A_2 \quad (12)$$

2 数值计算与讨论

静止 D_s 介子衰变到两个赝标介子 $P_1 P_2$ 的衰变宽度为:

$$\Gamma(D_s \rightarrow P_1 P_2) = \frac{1}{8\pi} |M(D_s \rightarrow P_1 P_2)|^2 \frac{|\mathbf{P}|}{m_D} \quad (13)$$

其中, 赝标介子 P 的动量由下式给出:

$$|\mathbf{P}| = ((m_{D_s}^2 - (m_{P_1} + m_{P_2})^2) \cdot (m_{D_s}^2 - (m_{P_1} - m_{P_2})^2))^{1/2} / 2m_{D_s} \quad (14)$$

数值计算中用到的参数有: 1) 衰变常量 $f_{D_s} = (0.274 \pm 0.013) \text{ GeV}$, $f_\pi = 0.133 \text{ GeV}$, $f_K = 0.154 \text{ GeV}^{[3]}$; 2) 形状因子 $F^{D_s K} = 0.82 \pm 0.15$; 3) CKM 矩阵元 $|V_{cd}| = 0.230 \pm 0.011$, $|V_{ud}| = 0.97480 \pm 0.00027$; 4) 介子寿命 $\tau(D_s^+) = (500 \pm 7) \times 10^{-15} \text{ s}^{[4]}$ 。取

$\lambda_{D_s} = (0.250 \pm 0.075) \text{ GeV}$, $\alpha_s(m_c) = 0.353^{[5]}$ 。有效阈参数 $S_0^{D_s} = (6 \pm 1) \text{ GeV}^2$, $S_0^K = 1.2 \text{ GeV}^2^{[6]}$, 在标度 $\mu_c = \sqrt{m_d^2 - m_c^2} \approx 1.3 \text{ GeV}$ 下, 光锥波函数非微扰参数 $f_{3\pi} = 0.0026 \text{ GeV}^2$, $f_{3K} = 0.0035 \text{ GeV}^2^{[7]}$ 。

输入参数后, 得到矩阵元 A 在 M'^2 和 M^2 取 $6 \sim 12 \text{ GeV}^2$ 范围上的数值时对应的平台稳定。利用这些参数, 由式(2)、(9)~(14) 计算得到考虑软胶子效应修正后的 $D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0$ 和 $D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ 这两个衰变道的分支比, 分别为: $\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0) = 4.99 \times 10^{-3}$, $\text{Br}(D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+) = 6.05 \times 10^{-4}$ 。

计算结果与最新的实验数据符合得很好, 且比朴素因子化结果和 QCD 因子化结果均有所改进。用 3 种方法得到的 $D_s^+ \rightarrow \pi K$ 衰变分支比的理论值与实验值的比较列于表 1。显然, 前两者与实验结果偏差较大, 尤其是 $D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ 衰变, 这也表明了色压低的 $D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$ 衰变含有很大部分的非因子化部分贡献, 而软胶子交换效应即是其中之一。

表 1 用 3 种方法得到的 $D_s^+ \rightarrow \pi K$ 衰变分支比的理论值与实验值的比较

Table 1 Comparison of branching ratio from different theoretical methods with experimental data for $D_s^+ \rightarrow \pi K$ decays

衰变模式	衰变分支比			
	NF 法	软胶子修正后	QCDF 法	实验值
$D_s^+ \rightarrow \pi^+ K^0$	4.31×10^{-3}	5.24×10^{-3}	4.99×10^{-3}	$< 9 \times 10^{-3}$
$D_s^+ \rightarrow \pi^0 K^+$	4.08×10^{-5}	5.30×10^{-4}	6.05×10^{-4}	$(8.2 \pm 2.2) \times 10^{-4}$

参考文献:

- [1] BUCHALLA G, KOMATSUBARA T K, MUHEIM F, et al. B, D and K decays[J]. Eur Phys, 2008, JC57: 309-492.
- [2] ROHIT D, VERMA R C, AVINASH S. Analysis of $B \rightarrow PP$ weak decays using quark diagram scheme [J/OL]. [2009-03-02]. <http://arxiv.org/abs/0902.2538>.
- [3] KHOSRAVI R, AZIZI K, GHAHRAMANY N. Semileptonic $D_q \rightarrow K_1 l \nu$ and nonleptonic $D \rightarrow K_1 \pi$ decays in three-point QCD sum rules and factorization approach[J]. Phys Rev D, 2009, 79: 036004.
- [4] AMSLER C, DOSER M, ANTONELLI M, et al. Particle data group[J]. Phys Lett B, 2008, 667: 1-66.
- [5] BELYAIEV V M, BRAUM V M, KHODJAMIRIAN A, et al. $D^+ D\pi$ and $B^+ B\pi$ couplings in QCD[J]. Phys Rev D, 1995, 59: 6 177-6 195.
- [6] OVCHINNIKOV A A, PIVOVAROV A A. The calculation of the leading m_s corrections to the PCAC relation for the K-meson[J]. Phys Lett B, 1985, 163: 231-235.
- [7] KHODJAMIRIAN A, RUCKL R, WEINZIERL S, et al. Predictions on $B \rightarrow \pi \bar{l} \nu_l$, $D \rightarrow \pi \bar{l} \nu_l$, and $D \rightarrow K \bar{l} \nu_l$ from QCD light-cone sum rules[J]. Phys Rev D, 2000, 62: 114002.