

EAST 上快波电流驱动的数字模拟

姚 琨, 张新军, 赵燕平

(中国科学院 等离子体物理研究所, 安徽 合肥 230031)

摘要: 针对 EAST 全超导托卡马克的参数, 利用射线追踪法在离子回旋共振频段(ICRF)发射机的工作频段内进行快波电流驱动的数字模拟, 找到了一组适合于快波电流驱动的参数。模拟结果表明, 发射频率只要避开基频吸收和二次谐波吸收, 电流驱动的效果就很明显。

关键词: 快波; 电流驱动; 频率; EAST

中图分类号: O532.23 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-6931(2011)05-0518-05

Simulation of Fast Wave Current Drive on EAST

YAO Kun, ZHANG Xin-jun, ZHAO Yan-ping

(Institute of Plasma Physics, Chinese Academy of Sciences, Hefei 230031, China)

Abstract: By using ray-tracing method and EAST parameters, fast wave current drive was simulated in the frequency regime of ICRF transmitter, and a set of parameters suitable for fast wave current drive was found. The results show that as long as the transmission frequency is chosen to avoid the absorption on the first and second harmonics, the current drive efficiency will be improved.

Key words: fast wave; current drive; frequency; EAST

在托卡马克聚变堆中实现稳态的操作, 除自举电流外还需其它形式的非感应电流驱动。用射频波驱动非感应电流目前有 3 种方法: 快波电流驱动、低杂波电流驱动和电子回旋波驱动。在这 3 种方法中, 快波电流驱动所需频率最低, 同时, 快波能进入高参数等离子体的芯部。由于快波的这些特点, 未来的 ITER 将采用快波电流驱动。与 EAST 各参数类似的 DIII-D 上已进行了一系列快波电流驱动实验^[1-5]结果表明, 在合适的参数下快波也能很好地驱动电流。随着两柄 ICRF 天线的安装完毕及新发射机调试完成, EAST 将初步具备进行

快波电流驱动的实验条件。本文针对 EAST 上的参数进行快波电流驱动的数字模拟, 以期后续实验参数的设置提供参考数据。

1 计算模型

计算中只考虑快波在托卡马克中的传播, 而不考虑快波的模式转换。采用射线追踪法来计算快波在等离子体中的功率沉积^[6-7], 再通过 Ehst-Karney 公式^[8]给出的电流驱动效率即可算出快波的驱动电流。

1.1 射线追踪法

射线追踪法是几何光学的近似方法, 假设

在一波长内介质的各参数变化很小, 波的场强可视为由两部分组成: 缓变的振幅和快变的相位。在等离子体中传播的波是小幅扰动, 等离子体对波是线性吸收。设 D 是波的色散关系, 在射线轨迹的任一点上, D 都为 0, D 可写成 $D(k, \omega, r, t)$ (k 为波数, ω 为频率, r 为射线轨迹上一点的空间位置, t 为时间) 的形式。设 τ 是代表射线轨迹的参量, 则可得:

$$\begin{aligned} \frac{dD}{d\tau} &= \frac{\partial D}{\partial k} \cdot \frac{dk}{d\tau} + \frac{\partial D}{\partial \omega} \cdot \frac{d\omega}{d\tau} + \\ &\frac{\partial D}{\partial r} \cdot \frac{dr}{d\tau} + \frac{\partial D}{\partial t} \cdot \frac{dt}{d\tau} = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

设

$$\frac{dr}{d\tau} = \frac{\partial D}{\partial k} \quad (2)$$

$$\frac{dk}{d\tau} = -\frac{\partial D}{\partial r} \quad (3)$$

$$\frac{dt}{d\tau} = -\frac{\partial D}{\partial \omega} \quad (4)$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = \frac{\partial D}{\partial t} \quad (5)$$

可得:

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{\partial D}{\partial k} \bigg/ \frac{\partial D}{\partial \omega} = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad (6)$$

由此可见, 射线轨迹的运动方向与波的群速度方向一致, 射线轨迹的方向代表了能量流的方向。式(2)、(3)构成了 1 组哈密顿形式的方程, 给定初始值即可求解。在低频的快波情况下, D 为冷等离子体的色散关系。

1.2 波在等离子体中的吸收

根据麦克斯韦方程组, 得:

$$\frac{c}{4\pi} \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{B}) = -\frac{1}{4\pi} (\mathbf{B} \cdot \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} + \mathbf{E} \cdot \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t}) \quad (7)$$

式中: \mathbf{E} 为波电场; \mathbf{B} 为波磁场。

对上式进行几个波周期的平均后可得:

$$\nabla \cdot \mathbf{P} + \frac{\partial W}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

$$\mathbf{P} \equiv \frac{c}{16\pi} (\mathbf{E}_1^* \times \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}_1^*) e^{2\phi_1(r,t)} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} &\equiv \frac{1}{16\pi} [2\omega_i \mathbf{B}_1^* \cdot \mathbf{B}_1 + \omega_i \mathbf{E}_1^* \cdot \\ &(\mathbf{K} + \mathbf{K}^+) \cdot \mathbf{E}_1 + \omega_i \mathbf{E}_1^* \cdot \\ &(-i\mathbf{K} + i\mathbf{K}^+) \cdot \mathbf{E}_1] e^{2\phi_1(r,t)} \end{aligned} \quad (10)$$

其中: \mathbf{K} 为介电张量; \mathbf{K}^+ 为介电张量的厄米共厄矩阵; \mathbf{E}_1 为波电场的缓变部分; \mathbf{B}_1 为波磁场的缓变部分。 \mathbf{K} 还可写为如下形式:

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}^h + i\mathbf{K}^a \quad (11)$$

$$\mathbf{K}^h = \frac{1}{2} (\mathbf{K} + \mathbf{K}^+) \quad (12)$$

$$\mathbf{K}^a = \frac{1}{2i} (\mathbf{K} - \mathbf{K}^+) \quad (13)$$

其中: \mathbf{K}^h 为介电张量的厄米部分; \mathbf{K}^a 为介电张量的反厄米部分。

设波数和波频率都有一小量的虚部, 在实部处对 \mathbf{K}^h 和 \mathbf{K}^a 进行展开并保留一阶量, 得:

$$\begin{aligned} \frac{\partial W}{\partial t} &= \frac{1}{8\pi} [2\omega_i \mathbf{B}_1^* \cdot \mathbf{B}_1 + \omega_i \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{K}^h \cdot \mathbf{E}_1 + \\ &\omega_i \mathbf{E}_1^* \cdot (\mathbf{K}^a + \omega_i \frac{\partial}{\partial \omega} \mathbf{K}^h + k_i \cdot \frac{\partial}{\partial k} \mathbf{K}^h) \cdot \mathbf{E}_1] e^{2\phi_1} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \nabla \cdot \mathbf{P} &= \frac{c}{16\pi} \nabla \cdot [(\mathbf{E}_1^* \times \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_1 \times \\ &\mathbf{B}_1^*) e^{2\phi_1}] = -2k_i \cdot \mathbf{P} \end{aligned} \quad (15)$$

$$k_i = -\nabla \phi_i, \quad \omega_i = \frac{\partial \phi_i}{\partial t} \quad (16)$$

其中: k_i 为波矢的虚部; ω_i 为波频率的虚部。故将式(8)写成如下形式:

$$\frac{\partial W_0}{\partial t} + \nabla \cdot (\mathbf{P} + \mathbf{T}) = -\mathbf{P}_{\text{abs}} \quad (17)$$

$$W_0 = \frac{1}{16\pi} [\mathbf{B}_1^* \cdot \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_1^* \cdot \frac{\partial}{\partial \omega} (\omega \mathbf{K}^h) \cdot \mathbf{E}_1] e^{2\phi_1} \quad (18)$$

$$\mathbf{P} = \frac{1}{16\pi} (\mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{B}_1 + \mathbf{E}_1 \times \mathbf{B}_1^*) e^{2\phi_1} \quad (19)$$

$$\mathbf{T} = \frac{\omega_r}{16\pi} \mathbf{E}_1^* \cdot \frac{\partial}{\partial k} \mathbf{K}^h \cdot \mathbf{E}_1 e^{2\phi_1} \quad (20)$$

$$\mathbf{P}_{\text{abs}} = \frac{\omega_r}{8\pi} \mathbf{E}_1^* \cdot \mathbf{K}^a \cdot \mathbf{E}_1 e^{2\phi_1} \quad (21)$$

其中: W_0 为电磁波的能量; \mathbf{P} 为 Poynting 矢量, 代表电磁波的能量流; \mathbf{T} 为粒子随波运动的动能流, 此运动是非共振的振荡, 能量在粒子与波之间不断交换; \mathbf{P}_{abs} 为粒子通过回旋共振、朗道阻尼和磁波越时间等共振机制对波能量的吸收, 这种吸收过程不可逆并会耗散波的能量。由式(10)可知, 当等离子体的介电张量是厄米矩阵时, 等离子体将是无耗散的。设 $\mathbf{S} = \mathbf{P} + \mathbf{T}$ 为波与等离子体的总能量流。

对式(17)进行体积分, 体积由射线管道面

及两个相近的波面构成。考虑到电磁场强和波矢等都是缓变量,可认为 W_0 对时间的偏导为 0, 设 n 为波矢的单位矢量, 可得:

$$[(\mathbf{N} \cdot \mathbf{S})\Sigma] \Big|_{\tau}^{\tau+d\tau} = - \int_{\tau}^{\tau+d\tau} \mathbf{P}_{\text{abs}}\Sigma(\mathbf{N} \cdot d\tau) \quad (22)$$

在 $d\tau$ 趋近于零的情况下, 对上式简化得:

$$\frac{d\mathbf{P}(\tau)}{d\tau} = - \frac{\gamma}{\mathbf{N} \cdot \mathbf{I}} \mathbf{P}(\tau) \quad (23)$$

$$\mathbf{I} = \text{Re}[\mathbf{N} - (\mathbf{N} \cdot \hat{e})\hat{e}^* - \frac{1}{2}\hat{e}^* \cdot \frac{\partial \mathbf{K}^h}{\partial \mathbf{N}} \cdot \hat{e}] \quad (24)$$

$$\gamma = \sum_{\alpha} \gamma^{\alpha} = \sum_{\alpha} \hat{e}^* \cdot \mathbf{K}_{\alpha}^{\tau} \cdot \hat{e} \quad (25)$$

$$\mathbf{N} = \frac{kc}{\omega}, \quad \hat{e} = \frac{\mathbf{E}}{|\mathbf{E}|} \quad (26)$$

式(25)为对等离子体中各种粒子求和。计算 γ 时, 采用热等离子体并假设等离子体服从麦克斯韦分布。设波的阻尼是线性的, 对电子考虑朗道阻尼和磁渡越时间, 对离子考虑回旋共振。则电子和离子的 γ 表达式为:

$$\gamma_e = \text{Im}(\mathbf{K}_{yy}^e) |e_{\perp}|^2 + 2\text{Re}(\mathbf{K}_{yz}^e) \text{Im}(e_{\parallel}^* e_{\parallel}) + \text{Im}(\mathbf{K}_{zz}^e) |e_{\parallel}|^2 \quad (27)$$

$$\gamma_i = \text{Im}(\mathbf{K}_{xx}^i) |e_{\perp}|^2 + 2\text{Re}(\mathbf{K}_{xy}^i) \text{Im}(e_{\perp}^* e_{\parallel}) + \text{Im}(\mathbf{K}_{yy}^i) |e_{\parallel}|^2 \quad (28)$$

$$\hat{e} = e_{\perp} \hat{x} + e_{\parallel} \hat{y} + e_{\parallel} \hat{z} \quad (29)$$

在求得功率沉积之后, 可根据色散关系反推出电场的强度。

1.3 Ehst-Karney 公式

在轴对称的托卡马克中, 假设外加的感应电场为零, 则平行于磁场的电流密度^[9]可写为:

$$\mathbf{j}_{\parallel} = \mathbf{j}_{\parallel}^{\text{PS}} + \mathbf{B}(G + H) \quad (30)$$

其中: $\mathbf{j}_{\parallel}^{\text{PS}}$ 为 Pfirsh-Sshluter 电流, 与压强的梯度成正比; G 对应的是靠外部能量驱动的非感应电流; H 对应的是自举电流。则射频波驱动的电场可写为:

$$\mathbf{j}_{\parallel}^{\text{RF}} = \mathbf{B}G(\Psi) \quad (31)$$

$$G(\Psi) = A \frac{T_e}{n_e} \langle \mathbf{B}^{-1} \int d^3v (\tilde{j}/\tilde{p}) \mathbf{S} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial v} \rangle \quad (32)$$

其中: $A = 19.19 \times 10^{18} / \ln \Lambda$, $\ln \Lambda$ 为库仑碰撞算子; \mathbf{S} 为由射频波激发的准线性速度流; Ψ 为极向磁通; E 为粒子的动能; $\langle \rangle$ 表示对磁面的平均; n_e 为电子密度。

在上式中 T_e 为电子温度, 采用 keV 作单位, 其它各量都采用国际单位制。假设波的功率谱很窄, 波是单道吸收, 则化简为:

$$G(\Psi) = A \frac{T_e}{n_e} \cdot \frac{\tilde{j}/\tilde{p}}{\mathbf{B}} \Big|_{\theta} \mathbf{P}^{\text{RF}} \quad (33)$$

其中: $\mathbf{P}^{\text{RF}}(\Psi) = \langle \int d^3v \mathbf{S} \cdot \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial v} \rangle$ 是磁面平均的吸收能量密度; θ 为射线与磁面相交处的极向角, 将式(33)代入式(31), 得:

$$\eta = \frac{j_{\parallel}^{\text{RF}}}{\mathbf{P}^{\text{RF}}} = A \frac{T_e}{n_e} \tilde{\eta} \quad (34)$$

其中, $\tilde{\eta} = \tilde{j}/\tilde{p}$ 。

设 $v_e = (T_e/m_e)^{1/2}$, $\omega = v_{\parallel}/v_e$, $x = v_{\perp}/v_e$, $u = (x^2 + \omega^2)^{1/2}$, $\lambda = \omega/u$, 在给定磁面上最大磁感应强度 $\mathbf{B}_M \equiv \mathbf{B}(\Psi, \pi)$, $x_t \equiv \omega(\mathbf{B}/\mathbf{B}_M)^{1/2} [1 - (\mathbf{B}/\mathbf{B}_M)]^{-1/2}$, $\lambda_t^2 = 1 - (\mathbf{B}/\mathbf{B}_M)$ 。当 $x < x_t$ 时, 粒子为通行粒子; 当 $0 < \lambda < \lambda_t$ 时, 粒子为捕获粒子。归一化后可得:

$$\tilde{j} = 2\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{x_t} dx \mathbf{S} \cdot \frac{\partial \chi}{\partial u} \quad (35)$$

$$\tilde{p} = 4\pi \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int dx x \mathbf{S} \cdot \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{u^2}{2} \right) \quad (36)$$

其中: $\mathbf{S} \cdot \frac{\partial \chi}{\partial u} = (\omega D^{\text{RF}} f) \frac{\partial \chi}{\partial u}$, $\mathbf{S} \cdot \frac{\partial}{\partial u} \left(\frac{u^2}{2} \right) = \omega^2 D^{\text{RF}} f$, 反应函数 χ 的形式为^[10]: $\chi = [1 - (\lambda_t/\lambda)^{\alpha}] 2\omega u^3 / (5 + Z)$, 则可得:

$$\tilde{\eta} = \eta_0(Z, \omega) C(\epsilon, \theta, \omega) M(\epsilon, \theta, \omega) R(\epsilon, \omega) \quad (37)$$

$$\eta_0 = \frac{\mathbf{K}}{\omega} + D + \frac{4\omega^2}{5 + Z} \quad (38)$$

$$C = 1 - \exp(-c x_t^2)^m \quad (39)$$

$$M = 1 + a(\lambda_t/\omega)^k \quad (40)$$

$$R = 1 - \frac{\epsilon^n \sqrt{x_t^2 + \omega^2}}{\epsilon^n x_t + \omega} \quad (41)$$

其中: Z 为等离子体的有效电荷数; ϵ 为逆纵横比; 在这里 ω 应理解为波相速度的归一化; \mathbf{K}, D 是 Z 的函数。 $\mathbf{K}, D, n, m, c, a, k, x_t$ 是经验值, 需与数值计算结果进行比对, 不同的波驱动将取不同的值。

等离子体对波能量的吸收并不是发生在整个磁面上, 而是先发生在磁面的局部然后再扩散到整个磁面上。式(34)给出了通过共振处的驱动效率来表示整个磁面平均的驱动效率。先通过式(23)算出在磁面上的功率沉积, 再通过式(34)即可算出驱动电流。

2 模拟结果及分析

2.1 模拟参数设置

设等离子体是氢、氘等离子体, 氢的浓度为 20%。等离子体的中心密度为 $4.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$, 电子的中心温度为 2.00 keV, 只有密度和温度达到这个水平, 快波才能很好地被吸收。EAST 装置的主半径为 1.800 m, 小半径为 0.576 m, 纵场的中心强度为 2.50 T, 纵向电流为 0.495 8 MA, 总 β 为 0.35%。ICRF 发射机的频率为 30~110 MHz, 总的注入功率为 2.1 MW。两柄天线的相位角设为 90° , $N_{//} = 7.2$ 。角向磁通量 Ψ 的值从 0 到 1, 设 $\rho = \Psi^{1/2}$ 。计算在不同发射频率情况下的快波电流驱动, 找到了一组适合快波电流驱动的参数。

2.2 不同发射频率下的快波电流驱动

氢离子的回旋频率在 31~51 MHz 之间, 在等离子体中心处约为 38 MHz。氘离子的回旋频率在 15~25 MHz 之间, 在等离子体中心处约为 19 MHz。为避免离子的基频共振吸收, 发射频率应在 15~25 MHz 和 31~51 MHz 外。

当快波穿过离子共振层时, 可能有一部分

转化为离子伯恩斯坦波, 为使模式转换部分不大于需提高谐频次数, 其模式转化系数^[10]为:

$$|M_n|^2 = e^{-\eta_n} (1 - e^{-\eta_n}) \quad (42)$$

$$\eta_n \approx \pi \frac{\omega_{pi}}{c} R_0 \frac{n-1}{2(n-2)!} \left(\frac{n^2 \beta_i}{4} \right)^{n-1} e^{-n^2 \beta_i / 2} \quad (43)$$

在给定等离子体参数后, 即可得到 η_n 与谐频 n 的关系 (图 1)。图 2 为不同频率下电子、氢和氘的吸收功率, 图 3 为不同频率下的驱动电流, 图 4 为 3 种频率下电子吸收功率、离子吸收功率和驱动电流的径向分布。

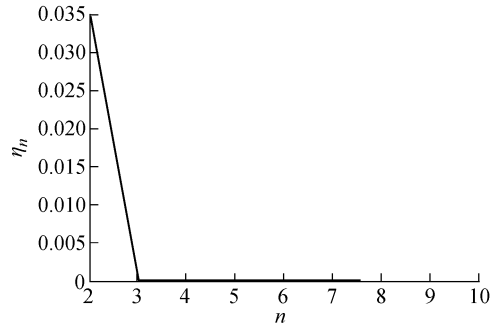


图 1 η_n 与谐频 n 的关系

Fig. 1 Relation between η_n and n

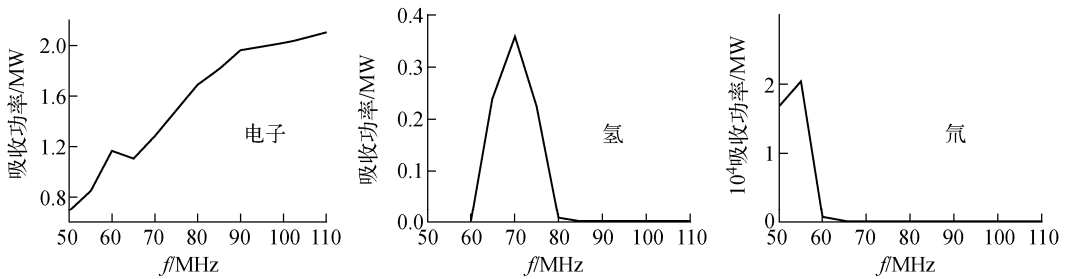


图 2 不同频率下电子、氢和氘的吸收功率

Fig. 2 Power absorption of electron, H and D at different frequencies

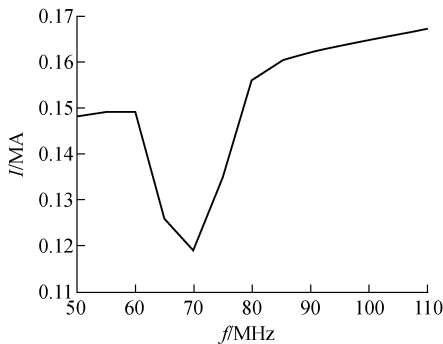


图 3 不同频率下的驱动电流

Fig. 3 Driven current at different frequencies

由图 1 可看到, 当 $n=2$ 时, 为二次谐频, 转换为离子伯恩斯坦波的部分约为 3.5%。所以, 在这样的等离子体参数情况下, 只要 $n \geq 2$ 便可很好地抑制模转换。

在图 2 中可看到, 电子的吸收功率随着发射频率的增加而增加。在图 3 中可看到有两个发射窗口, 分别为 50~60 MHz 和 80~110 MHz。第 1 个窗口避免了等离子体中心处的基频吸收, 第 2 个窗口则避免了等离子体中心处的二次谐频吸收, 在第 2 个窗口的驱动电流略有上升。而在第 2 个窗口, 电子吸收的能

量要比第1个窗口的大很多,这表明在第2个窗口中电子多吸收的能量绝大部分都转化为了热能,而不是电子的定向运动。同时也看到,在60~80 MHz之间呈“坑”状,这是二次谐波共振吸收的影响。共振离子的运动方向与共振电子的运动方向是一致的,这样降低了驱动电流。从图2可看到,离子的吸收主要是H离子的吸收。H吸收的峰值对应H离子的二次谐波吸收,H离子的吸收与图3中的“坑”相对应。D吸收的峰值对应D离

子的三次谐频的吸收。

图4表明,在80和100 MHz下,快波的电驱动效果很好。快波能量的绝大部分被电子吸收,而离子对快波的吸收很小,在100 MHz时离子的吸收几乎为0。快波在电子上的功率沉积集中在等离子体芯部,这主要是因为电子对快波的阻尼吸收随温度升高而增强,其相应的驱动电流也集中在芯部。离子对快波是二次谐频的共振吸收,共振处不在芯部。

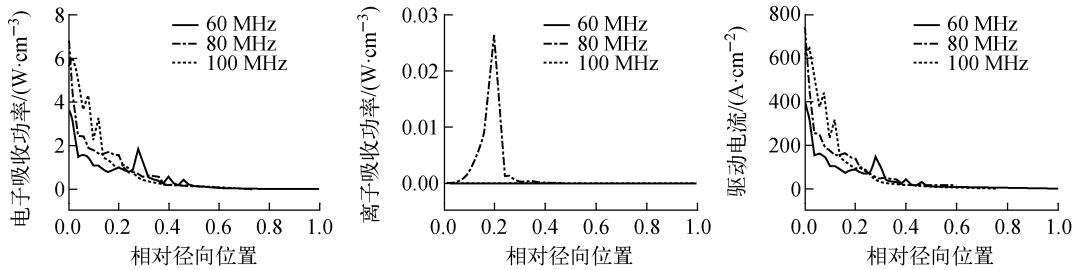


图4 3种频率下电子吸收功率、离子吸收功率和驱动电流的径向分布

Fig. 4 Profiles of electron power absorption, ion power absorption and driven current at three frequencies

3 总结

模拟结果表明,进行快波电流驱动的实验对等离子体参数要求较高,为提高电子的单道吸收率,密度需在 $4.4 \times 10^{13} \text{ cm}^{-3}$ 以上,但又不能太高,过高会发生模转换。为提高电子对快波的吸收,温度需在2 keV以上。当这些条件给定之后,选择适当的发射频率,减少离子对快波的吸收。在发射机工作的频段内,找到了两个发射窗口:50~60 MHz和80~110 MHz,在这两个频段内的模拟结果显示,离子的吸收很小,快波能很好地驱动电流。今后在EAST上进行的快波电流驱动实验,可参考本文的模拟结果来进行参数的设置。

参考文献:

[1] PETTY C C. Absorption of fast waves by electrons on the D III-D Tokamak [J]. Phys Rev Lett, 1992, 69(13): 289-292.
 [2] PRATER R. Current drive with fast waves, electron cyclotron waves, and neutral injection in the D III-D Tokamak [J]. Plasma Phys Contr Fusion, 1993, 35(3): 53-70.
 [3] PETTY C C. Fast wave and electron cyclotron

current drive in the D III-D Tokamak [J]. Nucl Fusion, 1995, 35(7): 773-786.

[4] PETTY C C. Fast wave current drive at high ion cyclotron harmonics on D III-D [J]. Plasma Phys Contr Fusion, 2001, 43(11): 1 747-1 758.
 [5] PINSKER R I. Absorption of fast waves at moderate to high ion cyclotron harmonics on D III-D [J]. Nucl Fusion, 2006, 46(7): S416-S424.
 [6] BHATNAGAR V P. Ray-tracing modeling of the ICRF heating of large Tokamak [J]. Nucl Fusion, 1984, 24(8): 955-976.
 [7] BERNSTEIN I B. Geometric optics in space- and time- varying plasmas [J]. Phys Fluids, 1975, 18(3): 320-324.
 [8] EHST D A. Approximate formula for radio-frequency current drive efficiency with magnetic trapping [J]. Nucl Fusion, 1991, 31 (10): 1 933-1 937.
 [9] EHST D A. Toroidal equilibrium with low-frequency wave-driven currents [J]. Nucl Fusion, 1985, 25(5): 629-632.
 [10] CHIU S C. Theory of fast wave current drive for Tokamak plasmas [J]. Nucl Fusion, 1989, 29 (12): 2 175-2 186.