第47卷第2期 原子能科学技术 Vol. 47, No. 2
2013年2月 Atomic Energy Science and Technology Feb. 2013

快堆三维六角形节块法输运计算研究

徐 李[1,2],马大园[2],施 工[1],李泽华[2]
(1.清华大学 工程物理系,北京 100084;2.中国原子能科学研究院 中国实验快堆工程部,北京 102413)

摘要:对快堆堆芯的三维六角形节块输运理论计算方法进行了研究。在NAS程序基础上,使用节块输运理论,开发了三维六角形节块法输运程序NAS-T。表面通量采用双球谐DP1近似或DP3近似展开,在节块内采用一维离散纵坐标(S_N)方法求解。并根据节块法的特点,在迭代计算时采用了响应矩阵方法,节块内的通量分布用二阶多项式表示,简化了节块内部计算过程,大幅节省了计算时间。对中国实验快堆和BN-600的k_{eff}进行了计算,结果符合良好。

关键词:快堆;NAS-T程序;节块输运理论;响应矩阵
中图分类号:TL325 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-6931(2013)02-0161-05
doi:10.7538/yzk.2013.47.02.0161

Research of 3-D Hexagonal Nodal Transport Method for Fast Reactor

XU Li[1,2], MA Da-yuan[2], SHI Gong[1], LI Ze-hua[2]
(1. *Department of Engineering Physics*, *Tsinghua University*, *Beijing* 100084, *China*;
2. *China Institute of Atomic Energy*, *P. O. Box* 275-95, *Beijing* 102413, *China*)

Abstract: The 3-D hexagonal nodal transport theory calculation method for fast reactor core was studied. Based on this method, 3-D hexagonal nodal transport code NAS-T was developed. The surface average angular fluxes were approximated by an azimuthally symmetric double Pn-expansion DP1 and DP3, and 1-D discrete ordinates equations were solved on a fine spatial mesh within the node. Considering the characteristics of the nodal method, the response matrix method was used in the iterations. Therefore, the calculation within the node was simplified and time was saved. The code was tested for the k_{eff} calculation of CEFR and BN-600. A good agreement with the reference results was achieved.

Key words: fast reactor; NAS-T code; nodal transport theory; response matrix

近年来,随着计算机技术的迅速发展和新的有效数值方法的出现,输运计算在实际工程计算中的应用越来越多。本工作结合快堆组件的特点,利用节块展开法,在节块输运理论[1]的基础上,基于NAS程序开发可用于快堆六角形组件的输运计算程序NAS-T。

NAS由中国原子能科学研究院中国实验快堆工程部开发,具有微扰计算、燃耗计算、燃料管理及优化、时空动力学计算、扩散计算等功能。NAS采用粗网节块法,计算速度快,能很

收稿日期:2012-04-24;**修回日期:**2012-10-10
作者简介:徐 李(1980—),男(土家族),重庆黔江人,工程师,核科学与技术专业

好地描述堆内组件和控制棒的三维布置。

相对热堆，快堆具有较小的堆芯尺寸和较长的快中子平均自由程，即快堆中子通量密度对空间畸变的敏感性要低得多，因此，采用节块法进行计算可得到很好的计算精度。

1 理论模型与数值方法

NAS-T 基于 NAS 开发，在节块划分上沿用了 NAS 的方法，即在径向将 1 个组件划分为 1 个节块，轴向则根据反应堆的布置进行适当划分。

1.1 六角形节块输运理论[1]

反应堆内的稳态中子通量密度分布是空间 r、能量 E、角度 Ω 的函数，采用多群模型能量离散后的第 g 群中子输运方程为：

$$\Omega\nabla\psi_g(r,\Omega)+\Sigma_{t,g}\psi_g(r,\Omega)=\Sigma_{s,g}\phi_g(r)+Q_g(r) \tag{1}$$

其中：$\psi_g(r,\Omega)$ 为 r 处方向为 Ω 的第 g 群的中子角通量密度；$\phi_g(r)$ 为 r 处第 g 群的中子通量密度(这里对散射源采用了输运近似)；$Q_g(r)$ 为源强，包含裂变源和散射源；$\Sigma_{s,g}$ 为群内散射截面；$\Sigma_{t,g}$ 为总截面，在输运近似中，用输运截面 Σ_{tr} 代替。

引入垂直于六角形面的 x、u、v 3 个坐标(图 1)及轴向坐标 z，式(1)对节块求积分，得到节块中子平衡方程为：

$$\frac{2}{3H_x}\sum_{x,u,v}(j_g^{out}-j_g^{in})+\frac{1}{H_z}\sum_{z}(j_g^{out}-j_g^{in})+\Sigma_{r,g}\bar{\Phi}_g=\bar{Q}_g \tag{2}$$

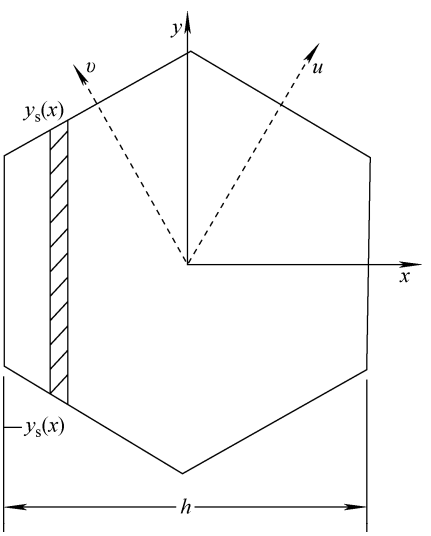

图 1 六角形节块的坐标系

Fig. 1 Coordinate direction of hexagon nodal

其中：H_x 为六角形节块对边矩；H_z 为节块轴向高度；j_g^{out}、j_g^{in} 为各表面第 g 群的出流和入流；$\bar{\Phi}_g$ 为节块的平均通量；$\bar{Q}_g$ 为节块平均源强；$\Sigma_{r,g}$ 为移出截面。

将式(1)横向积分和角度积分，得：

$$\mu\frac{\partial y_s(x)\psi_g(x,\mu)}{\partial x}+\Sigma_{tr,g}y_s(x)\psi_g(x,\mu)=\frac{1}{2}\Sigma_{s,g}y_s(x)\Phi_g(x)+\frac{1}{2}y_s(x)Q_g(x)-\frac{1}{2}y_s(x)L_g^{u,v}(x,\mu) \tag{3}$$

式中：$Q_g(x)$ 为横向平均体积源强；$L_g^{u,v}(x,\mu)$ 为横向泄漏项，在程序中处理为各向同性的二阶多项式近似；$y_s(x)$ 为相对于 x 方向的横向边界，$y_s(x)=\frac{1}{\sqrt{3}}(H-|x|)$；$\psi_g(x,\mu)$ 为横向平均中子角通量；$\Phi_g(x)$ 为横向平均中子通量，$\Phi_g(x)=\int_{-1}^{1}\psi_g(x,\mu)\mathrm{d}\mu$；$\mu$ 为角度余弦。

求解式(3)时，对裂变源采用二次多项式展开，在散射源的处理上采用输运近似，在角度的处理上采用离散纵坐标(S_N)方法，则式(3)变为：

$$\mu_i\frac{\mathrm{d}y_s(x)\psi_{g,i}(x,\mu_i)}{\mathrm{d}x}+\Sigma_{tr,g}y_s(x)\psi_{g,i}(x,\mu_i)=\frac{1}{2}y_s(x)(\Sigma_{s,g}\Phi_g(x)+Q_g(x)-\beta_g^x) \tag{4}$$

其中：$\psi_{g,i}(x,\mu_i)$ 为 g 群 i 方向的角通量，且有 $\Phi_g(x)=\sum_i^N w_i\psi_{g,i}(x,\mu_i)$，$w_i$ 为高斯求积系数；β_g^x 为 g 群 x 方向的横向泄漏项。

$$b\beta_g^x=\sum_{u_s,v_s}(j_g^{out}-j_g^{in})_s-\frac{1}{2}\sum_{x_s}(j_g^{out}-j_g^{in})_s+\frac{3H_x}{2H_z}\sum_{z_s}(j_g^{out}-j_g^{in})_s \tag{5}$$

$$b=\frac{3H_x}{2} \tag{6}$$

式中，下标 s 表示六角形节块的表面。

令式(4)的 $y_s(x)=1$，则可得到轴向的输运方程为：

$$\mu_i\frac{\mathrm{d}\psi_{g,i}(x,\mu_i)}{\mathrm{d}x}+\Sigma_{tr,g}\psi_{g,i}(x,\mu_i)=\frac{1}{2}(\Sigma_{s,g}\Phi_g(x)+Q_g(x)-\beta_g^x) \tag{7}$$

$$b\beta_g^z=\sum_{x_s,u_s,v_s}(j_g^{out}-j_g^{in})_s \tag{8}$$

对式(4)的导数项进行差分,则可得(省略能群标号 g):

$$((h\Sigma_{\mathrm{tr}}+2\mu_i)\psi_{i,k+1}-\frac{1}{2}h\Sigma_{\mathrm{s}}\Phi_{k+1})y_{k+1}=$$
$$-((h\Sigma_{\mathrm{tr}}-2\mu_i)\psi_{i,k}-\frac{1}{2}h\Sigma_{\mathrm{s}}\Phi_k)y_k+$$
$$h(Q_{k+1/2}-\beta^x)y_{k+1/2} \tag{9}$$

其中:$y=y_{\mathrm{s}}(x)$;k 为网格数。

源项则采用二次多项式展开,为:

$$Q_g(u)=\overline{Q_g}+(Q_g(u_{\mathrm{r}})-Q_g(u_{\mathrm{l}}))u+$$
$$6(\overline{Q_g}-\frac{1}{2}(Q_g(u_{\mathrm{r}})+Q_g(u_{\mathrm{l}})))\left(\frac{1}{12}-u^2\right) \tag{10}$$

式中:$Q_g(u_{\mathrm{l}})$、$Q_g(u_{\mathrm{r}})$分别为左、右表面上的源项;u 为方向;u_{l}、u_{r} 分别为 u 向左、右的方向。

计算式(9)时,采用了节块反转技术[2],该方法可不使用迭代方法而直接求解 4 个方向的 S_N 方程。其基本原理是利用 S_N 方法计算各方向单位出射角通量与节块中平面角通量的对应关系矩阵,然后求出该矩阵的逆矩阵,即可得到出射角通量对节块中平面角通量的响应关系,据此关系可方便求出各方向的出射角通量。

1.2　节块间耦合关系式

节块法的基本目的是解出本征值和节块平均通量,从式(2)可看出,相邻节块通过节块表面中子流相互联系。

在 NAS-T 中给出两种节块间的耦合方式:双球谐展开 DP1 近似和 DP3 近似。

DP1 近似即是通过入射通量(0 阶通量)和入射流(1 阶通量)耦合的方式,即:

$$\Phi_{0j}^{\mathrm{in}}=\Phi_{0j'}^{\mathrm{out}}=\sum_i w_i\psi_{i,j}\left(\pm\frac{1}{2}\right) \tag{11}$$

$$J_j^{\mathrm{in}}=J_{j'}^{\mathrm{out}}=\sum_i w_i\mu_i\psi_{i,j}\left(\pm\frac{1}{2}\right) \tag{12}$$

式中:下标 j' 和 j 分别为临近的两个节块;$\psi_{i,j}$ 为 j 节块 i 方向的入射中子角通量。

由此得到表面入射角通量的计算式:

$$\psi(x_{\mathrm{s}},\mu)=(4\Phi_x^{\mathrm{out}}-6J_x^{\mathrm{out}})+$$
$$(12J_x^{\mathrm{out}}-6\Phi_x^{\mathrm{out}})\mid\mu\mid \tag{13}$$

DP3 近似则是增加 2 阶通量和 3 阶通量耦合关系,即:

$$\Phi_{2j}^{\mathrm{in}}=\Phi_{2j'}^{\mathrm{out}}=\sum_i w_iP_2(\mu_i)\psi_{i,j}\left(\pm\frac{1}{2}\right) \tag{14}$$

$$\Phi_{3j}^{\mathrm{in}}=\Phi_{3j'}^{\mathrm{out}}=\sum_i w_iP_3(\mu_i)\psi_{ij}\left(\pm\frac{1}{2}\right) \tag{15}$$

其中:$P_2(\mu)=\frac{1}{2}(3\mu^2-1)$;$P_3(\mu)=\frac{1}{2}(5\mu^3-3\mu)$。

据此可得到表面入射通量的表达式:

$$\psi(x_{\mathrm{s}},\mu)=a_0+a_1\mid P_1(\mu)\mid+$$
$$a_2P_2(\mu)+a_3\mid P_3(\mu)\mid \tag{16}$$

其中,a_0、a_1、a_2、a_3 为:

$$\begin{pmatrix}a_0\\a_1\\a_2\\a_3\end{pmatrix}=8\begin{pmatrix}112&-243&200&-77\\-243&528&-435&168\\200&-435&360&-140\\-77&168&-140&56\end{pmatrix}\begin{pmatrix}\Phi_{0j}^{\mathrm{in}}\\\Phi_{1j}^{\mathrm{in}}\\\Phi_{2j}^{\mathrm{in}}\\\Phi_{3j}^{\mathrm{in}}\end{pmatrix} \tag{17}$$

1.3　输运群响应矩阵

利用 DP1 表面通量近似的节块输运理论的三维六角形节块的群响应矩阵可写成以下形式:

$$\boldsymbol{\psi}_g^{\mathrm{out}}=\boldsymbol{R}_g\boldsymbol{\psi}_g^{\mathrm{in}}+\boldsymbol{P}_g\boldsymbol{Q}_g \tag{18}$$

$$\boldsymbol{\phi}_g=\boldsymbol{V}_g\boldsymbol{\psi}_g^{\mathrm{in}}+\boldsymbol{W}_g\boldsymbol{Q}_g \tag{19}$$

其中,向量 $\boldsymbol{\psi}$ 由入射或出射表面通量与表面流组成,即:

$$\boldsymbol{\psi}_g^{\mathrm{out}}=\mathrm{col}[\phi_1,\cdots,\phi_6,\phi_7,\phi_8;J_1,\cdots,J_6,J_7,J_8]_g \tag{20}$$

其中,下标 1～6 分别对应六角形 6 个面的出射中子通量及出射流,7 和 8 则对应顶部和底部的出射中子通量及出射流。

以此类似,群源向量 $\boldsymbol{Q}_g$ 可表示为:

$$\boldsymbol{Q}_g=\mathrm{col}[Q,Q_{1x},Q_{1u},Q_{1v},Q_{2x},Q_{2u},Q_{2v},Q_{1z},Q_{2z}]_g \tag{21}$$

其中,各组元分别表示源沿各方向横向积分并二次多项式展开后的各阶源矩,同时,横向泄漏的高阶泄漏矩在计算时也包含到源矩之中。

响应矩阵 $\boldsymbol{R}_g$ 是一 16×16 矩阵,可分解成如下 4 个 8×8 矩阵组合的形式:

$$\boldsymbol{R}_g=\begin{bmatrix}\boldsymbol{R}_{\phi\phi}&\boldsymbol{R}_{\phi J}\\\boldsymbol{R}_{J\phi}&\boldsymbol{R}_{JJ}\end{bmatrix} \tag{22}$$

同样,$\boldsymbol{P}_g$(16×9 矩阵)可分解成 2 个 8×9 矩阵组合的形式:

$$\boldsymbol{P}_g=[\boldsymbol{P}_\phi,\boldsymbol{P}_J] \tag{23}$$

而响应矩阵 $\boldsymbol{V}_g$ 和 $\boldsymbol{W}_g$ 可进行类似的分解。

群通量向量可写为:

$$\boldsymbol{\phi}_g=\mathrm{col}[\phi,\phi_{1x},\phi_{1u},\phi_{1v},\phi_{2x},\phi_{2u},\phi_{2v},\phi_{1z},\phi_{2z}]_g \tag{24}$$

其中,各组元分别表示群通量沿各方向横向积分并二次多项式展开后的各阶通量矩,其展开式为:

$$\Phi_g(u) = \overline{\Phi_g} + (\Phi_g(u_r) - \Phi_g(u_l))u + 6\left(\overline{\Phi_g} - \frac{1}{2}(\Phi_g(u_r) + \Phi_g(u_l))\right)\left(\frac{1}{12} - u^2\right) \tag{25}$$

而群源矩则可通过下式得出：

$$Q_{ng} = \frac{\chi_g}{k_{\text{eff}}} \sum_{g'} (\nu\Sigma_{f,g'} + \Sigma_{g'\to g})\phi_{ng'} \tag{26}$$

其中：Q_{ng} 为 g 群的 n 阶源矩；$\phi_{ng'}$ 为 g' 群的 n 阶通量矩。

所有能群的响应矩阵元可通过 S_N 方法计算得到，如将 $\boldsymbol{\psi}_g^{\text{in}}$ 的第 1 个组元设为 1，而 $\boldsymbol{\psi}_g^{\text{in}}$ 的其他组元与所有源矩均设为 0，通过 S_N 计算得到向量 $\boldsymbol{\psi}_g^{\text{out}}$，恰好就是响应矩阵 $\boldsymbol{P}_g$ 的第 1 列。利用同样方法可得到响应矩阵的其他组元，但在存储时只需存贮数值不同的组元。DP1 表面通量近似每个能群的响应矩阵元素总数为 625，其中只有 76 个不同，因此，只需保存这 76 个矩阵元。同时，结合要计算的问题，将一些需计算的中间数据也保存到响应矩阵中，最终得到 DP1 近似的矩阵元为82 个。

利用同样方法得到 DP3 近似的矩阵元为 248 个。

从上述方法可看出，NAS-T 的输运计算方式有两种：1）直接 S_N 方法，在每次迭代过程中采用细网差分 S_N 方法对节块平衡方程直接求解，节块内角通量直接采用球谐函数对角度展开；2）响应矩阵方法，仅在第 1 次迭代时采用 S_N 方法计算响应矩阵元，在之后的迭代中，利用响应矩阵求解平衡方程，该方法能大幅提高计算效率，其计算速度是直接 S_N 方法的 6～10 倍，其结果也与直接 S_N 方法基本一致。

直接 S_N 方法与响应矩阵方法的裂变源项和横向泄漏项均为二阶近似，其不同之处是直接 S_N 方法中散射源项由精细网格表示，而响应矩阵方法则由二阶近似描述。

1.4 网格数与离散方向数的选取

节块内 S_N 方法计算时网格数和离散方向数的选取会对计算结果造成一定影响。表 1、2 分别列出 k_{eff} 与网格数和离散方向数的关系。从表 1、2 可看出，当网格数大于 6 或离散方向数大于 4 时，误差已很小，可满足计算要求。

表 1 k_{eff} 与网格数的关系

Table 1 k_{eff} versus mesh numbers

网格数	k_{eff}	与 10 个网格时的差值
6	1.050 23	-9.40×10^{-5}
8	1.050 29	-3.07×10^{-5}
10	1.050 32	0
12	1.050 34	1.38×10^{-5}

表 2 k_{eff} 与离散方向数 N 的关系

Table 2 k_{eff} versus N

N	k_{eff}	与 S_8 的差值
4	1.050 24	1.00×10^{-3}
6	1.049 19	-3.8×10^{-5}
8	1.049 23	0
12	1.049 23	-4.3×10^{-6}
16	1.049 21	-2.2×10^{-5}

2 验证计算

2.1 中国实验快堆计算检验

中国实验快堆（CEFR）是我国第 1 座钠冷快中子反应堆，设计热功率为 65 MW，于 2010 年 7 月达到首次临界。在初始装料时，堆芯装有 79 盒燃料组件、8 个控制棒组件和 1 个中子源组件，堆芯外为钢反射层，共有 336 个组件；反射层外为屏蔽层，共有 230 个组件。

对于 CEFR，由于堆较小，能谱较硬，中子运动的各向异性较大，因此用扩散计算其 k_{eff} 时偏差较大。表 3 列出 CEFR 临界时各程序的计算结果。其中，NAS 扩散和 MCNP 取自文献[3]。表 3 中均匀化计算值是扣除非均匀修正后的计算结果，经 CEFR 首次临界实验的检验，与实验结果符合很好。从表 3 可看出，NAS-T 计算结果与 MCNP 计算结果很接近，表明 NAS-T 对小堆的计算是可靠的。

表 3 CEFR 的 k_{eff} 计算结果

Table 3 k_{eff} of CEFR

k_{eff}			相对偏差/%
NAS 扩散	MCNP	NAS-T	
0.971 51	0.992 84	0.989 19	−0.368

注：相对偏差＝(k_{eff}(NAS-T)－k_{eff}(MCNP))/k_{eff}(MCNP)×100%

此外，在计算速度上，Intel i5 760 平台上完成 1 次 k_{eff} 计算，MCNP 约需 0.5～1 h，而

NAS-T 则只需约 10 s,NAS-T 的计算速度大幅提升。

2.2　BN600 计算检验

BN-600 是俄罗斯热功率为 1 470 MW(电功率为 600 MW)的商用快堆,采用氧化铀燃料(306 个燃料组件),不同富集度的燃料组件布置在 4 个不同的区(两个低富集区 LEZ,1 个中等富集区 MEZ 和 1 个高富集区 HEZ)。在 MEZ 和 HEZ 间有一 MOX 燃料区(90 个燃料组件),有 19 根补偿棒插入到堆芯的中心平面,6 根安全棒提出堆芯上平面以上 5.5 cm。堆芯径向外侧有 300 个不锈钢反射层组件,最外侧是 102 个碳化硼屏蔽组件[4]。

BN-600 的物理计算采用 12 能群机制。表 4 列出各国对 BN-600 的 k_{eff} 计算结果[5],其中,CIAE 是 NAS-T 扩散计算的结果。表 4 中给出的标准偏差为 0.008 98,NAS-T 扩散对输运方法的相对偏差为 −0.39%,表明 NAS-T 对大堆计算也是可靠的。表 5 列出 NAS-T 计算的 k_{eff} 结果比较。NAS-T 输运计算结果与表 4 中给出的输运计算平均值的相对偏差为 −0.71%。

表 4　BN-600 的 k_{eff} 计算结果

Table 4　k_{eff} of BN-600

机构	k_{eff}		相对偏差/%		扩散对输运的相对偏差/%
	扩散	输运	扩散	输运	
ANL	0.995 92	0.998 02	−0.86	−1.32	−0.21
CEA/SA	1.015 46	1.022 72	1.09	1.13	−0.71
CIAE	1.000 26		−0.42		
IGCAR	1.006 42		0.19		
IPPE	1.004 71		0.02		
JNC	1.007 13	1.009 67	0.26	−0.16	−0.25
KAERI	1.012 6	1.014 94	0.81	0.36	−0.23
OKBM	0.993 57		−1.09		
平均值	1.004 51	1.011 34			−0.35
标准偏差	0.007 14	0.008 98			0.21

注:相对偏差=(计算值−平均值)/平均值×100%;扩散对输运的相对偏差=(扩散−输运)/输运×100%

表 5　对 BN-600 用 NAS-T 计算 k_{eff} 的结果

Table 5　k_{eff} for BN-600 using NAS-T code

k_{eff}		NAS-T 输运与平均值的相对偏差/%	扩散对输运的相对偏差/%
NAS-T 扩散	NAS-T 输运		
1.000 26	1.004 18	−0.71	−0.39

注:NAS-T 输运与平均值的相对偏差=(NAS-T 输运−平均值)/平均值×100%,其中平均值指表 4 中输运计算的平均值

3　结论

计算结果表明,NAS-T 的计算结果与其他输运程序的计算结果符合良好。与扩散计算结果相比,具有更高的精度。而与 MCNP 程序相比,NAS-T 的计算速度则大幅提升。NAS-T 可作为快堆物理计算的有力工具。

参考文献:

[1] WAGNER M R. Three-dimensional nodal diffusion and transport theory methods for hexagonal-z geometry[C]// 1988 International Reactor Physics Conference. Wyoming, USA: [s. n.], 1988.

[2] WAGNER M R. The application of the block inversion technique to multi-dimensional reactor calculations[C]// Proceedings of ANS Topical Meeting. Knoxville: [s. n.], 1969.

[3] 李泽华. CEFR 堆芯物理计算:误差分析[R]. 北京:中国原子能科学研究院,2006.

[4] 李泽华. HND 程序说明书和用户手册[M]. 北京:中国原子能科学研究院,2007.

[5] BN-600 hybrid core benchmark analyses, IAEA-TECDOC-1623[R]. Vienna: IAEA, 2010.