# 超临界压力下考虑密度脉动的湍流模型开发

李 捷1,2,江光明1,2,余红星1,2,于俊崇1,2

(1. 核反应堆系统设计技术重点实验室,四川 成都 610213;2. 中国核动力研究设计院,四川 成都 610213)

摘要:目前超临界水传热数值程序中使用的湍流模型都是针对亚临界压力下常物性开发的,未考虑密度脉动。超临界水的物性随温度变化显著,密度脉动对湍流模型的贡献很大,不可忽略。本文建立了考虑密度脉动的模拟方法,模拟方法中同时考虑了热膨胀系数的脉动。将建立的密度脉动模型用于 AKN 湍流模型中,并采用实验数据进行验证评价。评价结果表明,考虑密度脉动的湍流模型模拟得到的结果 与实验值符合得更好。建议在以后的超临界水传热的湍流模拟中考虑密度脉动。

关键词:密度脉动;超临界水;传热;湍流模型

**中图分类号:**TL333 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-6931(2016)04-0640-05 **doi**:10.7538/yzk.2016.50.04.0640

# Development of Turbulence Model with Density Fluctuation for Supercritical Pressure

LI Jie<sup>1,2</sup>, JIANG Guang-ming<sup>1,2</sup>, YU Hong-xing<sup>1,2</sup>, YU Jun-chong<sup>1,2</sup>

(1. Science and Technology on Reactor System Design Technology Laboratory, Chengdu 610213, China;
2. Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610213, China)

**Abstract**: The turbulence model used in the current numerical simulation for heat transfer to supercritical water is developed based on theory and experimental data at subcritical pressures and the density fluctuation is neglected. However, the thermophysical properties of supercritical water vary significantly as temperature approaches the pseudo-critical temperature so that the density fluctuation should not be neglected for its important role in the turbulence model. The simulation method considering density fluctuations was developed, in which the thermal expansion coefficient fluctuation was also taken into account. The density fluctuation was implemented in the AKN turbulence model and the model prediction was assessed using experimental data. The validation results show that the predicting results agree better with experimental data. It is recommended that the density fluctuation should be taken into account in future turbulence simulation of heat transfer for supercritical water.

Key words: density fluctuation; supercritical water; heat transfer; turbulence model

收稿日期:2015-04-15;修回日期:2016-01-19

作者简介:李 捷(1985—),男,湖南郴州人,工程师,博士,反应堆热工水力与安全分析专业

由于超临界水冷堆研发的兴起,世界各国通 过理论分析、实验和数值模拟等各种手段对超临 界水传热进行了广泛研究。近年来,由于计算机 水平的发展,计算流体力学(CFD)方法在超临界 水传热特性的研究中得到了广泛应用。世界上 很多机构使用各种 CFD 程序,包括商业软件和 自编程序,对超临界水的流动传热进行了研 究<sup>[1-5]</sup>。超临界水的物性随温度变化显著,不少 学者通过直接数值模拟方法指出,超临界压力下 的密度脉动对湍流模型的贡献很大,需要考 虑<sup>[6-8]</sup>。目前程序中使用的湍流模型都是针对亚 临界压力下常物性开发的,未考虑密度脉动。

本文提出一种考虑密度脉动的湍流模型, 以更好地反映超临界压力下的传热特性。

#### 1 控制方程及模型

湍流流动和传热的数值模拟方法有直接数 值模拟、大涡模拟、雷诺时均方程模拟。直接数 值模拟和大涡模拟方法对内存空间和计算速度 的要求较高,目前还无法用于工程计算中。在 工程中一般采用雷诺时均方程模拟方法。在这 类方法中,将流场和温度场中的速度、温度、压 力等物理量表示成时均值和脉动值之和,代入 质量方程、动量方程和能量方程,并对守恒方程 作时间平均:

$$\frac{\partial \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho} \ \overline{u_i})}{\partial x_i} + \frac{\partial (\overline{\rho} \ \overline{u'_i})}{\partial x_i} = 0$$
(1)  
$$\frac{\partial (\overline{\rho} \ \overline{u_i})}{\partial t} + \frac{\partial (\overline{\rho} \ \overline{u_i} \ \overline{u_j} + \overline{\rho} \ \overline{u'_i u'_j})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho' u'_i})}{\partial x_j} + \frac{\partial (\overline{\rho' u'_i})}{\partial x_j} = 0$$
(1)

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left( \mu \; \frac{\partial \; \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial \; \overline{p}}{\partial x_i} + \overline{\rho} g_i \qquad (2)$$

$$\frac{\partial(\overline{\rho}\ \overline{h})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho}\ \overline{u_j}\ \overline{h})}{\partial x_j} + \left(\frac{\partial(\overline{\rho'h'})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{\rho'h'})}{\partial t} + \frac{\partial(\overline{u_j}\ \overline{\rho'h'})}{\partial x_j}\right) = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\frac{\lambda}{c_p}\ \frac{\partial\ \overline{h}}{\partial x_j}\right)$$
(3)

其中:t 为时间;x 为方向坐标; $\rho$  为密度;u 为速 度;p 为压力;h 为比焓; $\mu$  为动力黏性; $\lambda$  为热 导率; $c_p$  为比定压热容; $g_i$  为i 方向的重力加 速度分量;i,j 为坐标轴方向;符号上的横线表 示雷诺平均,""表示脉动量。

在动量方程和能量方程中,由于密度脉动引入了新的未知项: $\rho u_i \sqrt{\rho u_i u_j}$ 和 $\rho h' \circ \rho u_i u_j$ 

是高阶脉动项,相对于其他二阶脉动项属于小量,本文中暂不考虑。因此,封闭 $\rho u_i$ 和 $\rho h$ 未 知项的关键在于密度脉动的模拟。定义 $\tilde{u}_i = \rho u_i / \rho, u_i'' = u_i - \tilde{u}_i, 则 \overline{u_i'} = \rho u_i / \rho, \overline{h''} = \rho h / \rho, \rho$ ,  $\rho u_i''$ 为湍流质量流量, $\rho h'$ 为湍流热流密度。

### 2 密度脉动模拟方法

目前对 ρui 和ρh 的模拟主要分为 3 类。

1) 线性化近似。对于满足理想气体状态方程、等压均匀混合或等温理想混合的流体,利用状态方程将密度脉动转化为温度脉动或压力脉动,然后利用成熟的温度速度脉动关联式或压力速度脉动关联式模型进行封闭。但这些模型的推导均采用了 Morkovin 提出的强雷诺类比假设,导致 $\overline{u_i^2}/\tilde{u_i}$ 。而根据直接数值模拟结果, 在某些区域 $\overline{u_i^2}$ 与 $\tilde{u_i}$ 符号相反,与该假设矛盾。

2)通用梯度假设。将pui表示为扩散系数 与平均密度梯度之积:

$$-\overline{\rho' u'_{i}} = D_{t} \frac{\partial \overline{\rho}}{\partial x_{i}}$$
(4)

其中,D<sub>t</sub>为扩散系数。

在超临界压力下,轴向湍流质量流量在某 些区域与轴向密度梯度相同,从而导致 D<sub>i</sub> 为 负数,不符合实际物理过程,因此不能用通用梯 度假设模拟。

3)通过建立湍流质量流量输运方程来模拟。该方法由于需要引入新的未知项,增加了 模拟结果的不确定性,在目前的湍流模拟中应 用较少。因此,本文也不采用该方法模拟。

4) 通过 Boussinesq 假设将密度脉动转化 为温度脉动。其表达式为:

 $\rho = \rho_0 (1 - \beta (T - T_0))$ (5) 其中: $\rho_0$  为参考温度  $T_0$  下的密度; $\beta$  为热膨胀 系数;T 为温度。

将式(5)写成雷诺平均量和脉动量,则可得:  $\rho' = -\rho_0 T' \overline{\beta}$  (6)

根据式(6)可得湍流质量流量关联式的表达式为:

$$\overline{\rho' u'_{j}} = -\rho_{0} \ \overline{u'_{j} T'} \ \overline{\beta} \tag{7}$$

在不可压缩流动湍动能的浮力产生项中也 包含有该项,目前普遍采用该方法。但该方法 采用了 Boussinesq 假设,25 MPa下,以 300 ℃ 为参考温度计算温度为 300~500 ℃下的密度

Fig. 1

(图 1),计算结果与采用水表 IPAWS 计算的密 度差异很大,尤其是在拟临界温度附近热膨胀 系数很大时,计算得到的密度出现很大负值,远 远偏离了真实值。在热膨胀系数较小且温差较 小时,采用 Boussinesq 假设是合适的。而在超 临界压力下,拟临界温度附近热膨胀系数很大, 且传热过程中流动方向和垂直流动方向的截面 上温差均较大,因此在超临界压力下采用该假 设是不合适的。此外,方法4还忽略了热膨胀 系数的脉动。在超临界压力下,以 25 MPa 为 例,热膨胀系数脉动的相对值在温度为 300~ 410 ℃时的变化如图 2 所示。由图 2 可看出, 在拟临界温度附近,其脉动值达到平均值的 30%,因此该物性的脉动不可忽略。



图 1 Boussinesq 假设计算的密度

Calculation density by Boussinesq assumption



经过上面的讨论,目前存在的模型均不适合 用于模拟超临界水传热中的湍流质量流量,因此 需要建立新的模型。建立新模型的关键在于推 导密度脉动的表达式。密度变化的定义为:

$$\mathrm{d}\rho = \left(\frac{\partial\rho}{\partial T}\right)_{\mathrm{P}}\mathrm{d}T + \left(\frac{\partial\rho}{\partial p}\right)_{\mathrm{T}}\mathrm{d}p \qquad (8)$$

由于在研究的范围内马赫数较小,压降也 小,因此可忽略密度随压力的变化,从而式(8) 可简化为:

$$\mathrm{d}\rho = (\partial \rho / \partial T)_{\mathrm{P}} \mathrm{d}T$$

以  $\beta^*$  表示密度的负温度偏导数,即  $\beta^* = -(\partial \rho/\partial T)_P$ 。在 25 MPa 下, $\beta^*$  随温度的变化 如图 3 所示。由图 3 可看出, $\beta^*$  在拟临界温度 附近变化剧烈,在拟临界温度处出现峰值,因此 在拟临界温度附近  $\beta^*$ 的脉动不可忽略。为了 考虑  $\beta^*$ 的脉动,对  $\beta^*$  作如图 4 所示的简化处 理。图 4 中,下标 l、u、pc 分别表示拟临界区的 温度下限、温度上限和拟临界温度位置。



图 4  $\beta^*$ 的简化 Fig. 4 Simplification of  $\beta^*$ 

图 4 中,  $T_1$  可取 0.95 $T_{pc}$ , 而  $T_u$  可取 1.05 $T_{pc}$ 。需要注意的是,此处温度均取国际标 准单位 K,当平均温度  $T < T_1$  或  $T > T_u$  时,  $\beta^*$  近似为常数。则由  $\beta^*$  的定义可得:

 $\rho - \rho(T_1) = \beta^* (T - T_1) \quad T \leqslant T_1$  $\rho - \rho(T_u) = \beta^* (T - T_u) \quad T \ge T_u \quad (9)$ 将式(9)写成雷诺平均量和脉动量,则 可得:

对于 
$$T_1 < \overline{T} < T_{pc}, \beta^*$$
 线性变化,从而近似有:  

$$\rho' = \frac{1}{2} \overline{\rho} \beta^{*'} (\overline{T} - \overline{T}_1) + \frac{1}{2} \overline{\rho} T' (\overline{\beta^*} + \overline{\beta^*}_1)$$
(12)

同样,对于 
$$T_{\rm pc} < \overline{T} < T_{\rm u}$$
 有:  

$$\rho' = \frac{1}{2} \overline{\rho} \beta^{*'} (\overline{T} - \overline{T}_{\rm pc}) + \frac{1}{2} \overline{\rho} T' (\overline{\beta^{*}} + \overline{\beta_{\rm pc}^{*}})$$
(13)

塚上可待密度脉効的表达式:  

$$\rho' = \frac{1}{2} \bar{\rho} \beta_{k}^{*'} (\bar{T} - \bar{T}_{k}) + \frac{1}{2} \bar{\rho} T' (\bar{\beta}^{*} + \bar{\beta}_{k}^{*})$$
(14)

其中:

$$\overline{T}_{k} = \begin{cases} \overline{T} & \overline{T} < \overline{T}_{1} \ \vec{x} \ \overline{T} > \overline{T}_{u} \\ \overline{T}_{1} & \overline{T}_{1} < \overline{T} < \overline{T}_{pc} \\ \overline{T}_{pc} & \overline{T}_{pc} < \overline{T} < \overline{T}_{u} \\ \overline{\beta_{k}^{*}} = \beta^{*} \ (\overline{T}_{k}) \end{cases}$$

此外,根据 $\beta^*$ 的近似可得其脉动的表达式:

其中:

$$A_{k} = \begin{cases} 0 & \overline{T} < \overline{T}_{1} \ \vec{x} \ \overline{T} > \overline{T}_{u} \\ (\overline{\rho}_{pc} - \overline{\rho}_{l}) / (\overline{T}_{pc} - \overline{T}_{l}) \\ & \overline{T}_{l} < \overline{T} < \overline{T}_{pc} \end{cases}$$
(17)  
$$(\overline{\rho}_{u} - \overline{\rho}_{pc}) / (\overline{T}_{u} - \overline{T}_{pc}) \\ & \overline{T}_{pc} < \overline{T} < \overline{T}_{u} \\ & \Re \mathfrak{K}(16) \Re \mathfrak{K} \mathfrak{K}(14) \overrightarrow{\Pi} \overrightarrow{H}: \end{cases}$$
$$\rho' = \frac{1}{2} \overline{\rho} T' A_{k} (\overline{T} - \overline{T}_{k}) + \frac{1}{2} \overline{\rho} T' (\overline{\beta^{*}} + \overline{\beta^{*}_{k}})$$
(18)

将式(18)与 u/相乘并作雷诺平均可得:

$$\overline{\rho' u'_{j}} = \frac{1}{2} \overline{\rho} \overline{u'_{j}} T' A_{k} (\overline{T} - \overline{T}_{k}) + \frac{1}{2} \overline{\rho} \overline{u'_{j}} T' (\overline{\beta^{*}} + \overline{\beta^{*}_{k}})$$
(19)

将式(19)与 h'相乘并作雷诺平均可得:

$$\overline{\rho'h'} = \frac{1}{2} \overline{\rho} \overline{u'_{j}h'} A_{k} (\overline{T} - \overline{T}_{k}) + \frac{1}{2} \overline{\rho} \overline{u'_{j}h'} (\overline{\beta^{*}} + \overline{\beta^{*}_{k}}) = \frac{1}{2} \overline{\rho} \overline{u'_{j}T'} A_{k} (\overline{T} - \overline{T}_{k}) + \frac{1}{2} \overline{\rho} \overline{\rho} \overline{u'_{j}T'} (\overline{\beta^{*}} + \overline{\beta^{*}_{k}})$$
(20)

至此,表达式中只有 $\overline{u'_iT'}$ 未封闭项,该项的 建模采用 AKN 湍流模型<sup>[9]</sup>。

## 3 模型验证

#### 3.1 实验描述

相对于竖直向下流动,竖直上升流动中湍 流模型导致的误差更大,而浮力将导致超临界 水的传热特性不相同,故选取浮力影响显著的 代表性实验,即 Pis'menny 等<sup>[10]</sup>的竖直圆管上 升流实验。实验参数列于表 1。

	表 1	实验参数
Table 1	Expe	erimental parameter

压力/MPa	质量流量/(kg・m <sup>-2</sup> ・s <sup>-1</sup> )	热流密度/(kW・m <sup>-2</sup> )	入口温度/℃	管径/mm
23.5	509	390	300	6.28

### 3.2 改进模型模拟

为验证考虑密度脉动对模拟结果的影响, 采用 AKN 模型模拟 Pis' menny 等的实验,分 别考虑密度脉动和不考虑密度脉动。考虑密度 脉动称之为 AKN-M,不考虑密度脉动称之为 AKN。Sharabi 等<sup>[11]</sup> 采用 AKN 湍流模型对 Pis<sup>'</sup>menny 等的实验进行了模拟,本文采用 AKN-M 湍流模型进行模拟,模拟结果示于 图 5。图 5 中,*L* 和 *D* 分别为流动方向长度和 圆管直径。由图 5 可看出,相对于实验,AKN 湍流模型对传热恶化发生位置预测大为滞后, 且大幅高估了传热恶化发生时的壁面温度,而 AKN-M 湍流模型对实验的壁面温度和传热恶 化发生位置预测更为准确。因此,考虑密度脉 动后对于模型的改进是成功的。



### 4 结论

本文提出在超临界水传热的湍流模拟中 需考虑密度脉动,并建立了密度脉动的模拟 方法。通过将该方法用于 AKN 湍流模型,并 采用 Pis'menny 等的实验数据进行评价,结果 表明:采用考虑密度脉动的 AKN-M 湍流模型 模拟得到的结果较 AKN 湍流模型的更为符 合实验。建议在以后的湍流模拟中考虑密度 脉动。

#### 参考文献:

- [1] KOSHIZUKA S, TAKANO N, OKA Y. Numerical analysis of deterioration phenomena in heat transfer to supercritical water[J]. International Journal of Heat Mass Transfer, 1995, 38 (16): 3 077-3 084.
- [2] ROELOFS F. CFD analyses of heat transfer to supercritical water flowing vertically upward in a tube[R/OL]. https://www.researchgate.net/ publication/253323510\_CFD\_Analyses\_of\_Heat\_ Transfer\_to\_Supercritical\_WaterFlowing\_Vertically\_Upward\_in\_a\_Tube.
- [3] CHENG X, LAURIEN E, YANG Y H. CFD analysis of heat transfer in supercritical water in

different flow channels [C] // GLOBAL 2005. Tsukuba, Japan: [s. n.], 2005.

- [4] YANG J, OKA Y, ISHIWATARI Y. Numerical investigation of heat transfer in upward flows of supercritical water in circular tubes and tight fuel rod bundles [J]. Nuclear Engineering and Design, 2007, 237; 420-430.
- [5] SHARABI M, AMBROSINI W, HE S. Prediction of turbulent convective heat transfer to a fluid at supercritical pressure in square and triangular channels [J]. Annals of Nuclear Energy, 2008, 35: 993-1 005.
- [6] 李捷,江光明,俞冀阳,等. CFX 中湍流模型用于 分析超临界水传热的适用性评价[J]. 原子能科 学技术,2014,48(1):67-73.
  LI Jie, JIANG Guangming, YU Jiyang, et al. Performance assessment of turbulence models in CFX for predicting heat transfer of supercritical

water[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2014, 48(1): 67-73(in Chinese).

- [7] OHTA T, MIZOBATA K, KAJISHIMA T. Influence of density fluctuation on DNS of turbulent channel flow in the presence of temperature stratification [C] // Turbulence, Heat and Mass Transfer. Rome, Italy: [s. n.], 2006.
- [8] BAE J, YOO J. Direct numerical simulation of turbulent supercritical flows with heat transfer[J]. Physics of Fluids, 2005, 17: 1-24.
- [9] ABE K, KONDOH T, NAGANO Y. A new turbulence model for predicting fluid flow and heat transfer in separating and reattaching flows, I: Flow field calculations [J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1994, 37 (1): 139-151.
- [10] PIS'MENNY E N, RAZUMOVSKIY V G, MAEVSKIY E M. Heat transfer to supercritical water in gaseous state or affected by mixed convection vertical tubes[C] // ICONE 14. Florida, USA: [s. n.], 2006.
- [11] SHARABI M, AMBROSINI W, FORGIONE N, et al. Prediction of experimental data on heat transfer to supercritical water with two-equation turbulence models[C]// 3th International Symposium on Supercritical Water-Cooled Reactors. Shanghai, China: [s. n.], 2007.