过冷流动沸腾汽泡浮升直径的理论研究

肖仁杰,闫 晓,咎元锋

(中国核动力研究设计院中核核反应堆热工水力技术重点实验室,四川成都 610213)

摘要:汽泡浮升直径模型已成为两相流领域理论分析与数值计算方法的重要子模型。为研究各力对汽 泡浮升的影响规律,本文理论推导了过冷流动沸腾汽泡的受力方程,建立了预测汽泡浮升直径的无量纲 模型,并与实验数据进行了对比验证,分析了汽泡浮升直径随各无量纲数的变化规律。结果表明,无量 纲模型能准确预测水与 R113 工质中汽泡的浮升直径;浮升直径随 Ja 的增加而升高,随 Re、Ca、Pr 与 Ar 的增加而降低;结合无量纲数的定义,可认为生长力与表面张力抑制了汽泡的浮升效应,导致浮升直 径升高;剪切升力与浮升力促进了汽泡的浮升效应,导致浮升直径降低。

Theoretical Analysis of Bubble Lift-off Diameter in Subcooled Flow Boiling

XIAO Ren-jie, YAN Xiao, ZAN Yuan-feng

(CNNC Key Laboratory on Nuclear Reactor Thermal Hydraulics Technology, Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610213, China)

Abstract: Bubble lift-off diameter model is one of the most important sub-models in the field of two-phase flow and numerical computation method. In order to study the influence of different forces on bubble lift-off, theoretical analysis was carried out about the force equation of a single bubble in subcooled flow boiling, which proposed a dismensionless model for the prediction of bubble lift-off diameter. The comparison between predictions and experimental data, which involved water and R113, was made and the changing rule of bubble lift-off diameter as dimensionless numbers was analyzed. The results show that the predicted lift-off diameter increases with Ja and decreases with the increase of Re, Ca, Pr and Ar. Combined with the definition of dimensionless numbers, it is concluded that the growth force and the surface tension force restrain bubble from departing the wall, which results in a larger lift-off diameter. The shear lift force and the buoyance force promote bubble to depart, causing the decrease of lift-off diameter.

收稿日期:2017-02-27;修回日期:2017-05-17

作者简介:肖仁杰(1991一),男,四川资阳人,硕士研究生,从事反应堆热工水力研究

Key words: subcooled flow boiling; bubble lift-off diameter; force analysis; dimension-less model; theoretical analysis

随着沸腾传热与气(汽)液两相流动在核 能、航天、石油、化工等领域的广泛应用,微观沸 腾过程越来越受到科研和工业领域的重视。沸 腾过程伴随汽泡的核化、生长、脱离与浮升等行 为,干扰流动边界层和热边界层,进而影响传 热^[1]。脱离表示汽泡在核化点生长到一定尺寸 后,离开核化点的行为;浮升表示汽泡离开加热 壁面进入液体的行为。汽泡脱离直径与汽泡浮 升直径分别定量描述脱离与浮升效应发生时汽 泡的尺寸,已成为部分沸腾传热研究的重要子 模型。

汽泡脱离直径与浮升直径的研究始于 1935年,Fritz^[2]根据汽泡受力分析,通过浮升 力与表面张力的平衡方程推导得到汽泡脱离直 径。已有的研究主要集中于实验数据拟合与汽 泡受力分析,Klausner等^[3]、Zeng等^[4]、Al-Hayes等^[5]、Xu等^[6]通过加热壁面汽泡受力方 程得到了汽泡脱离直径与浮升直径模型, Hamzekhani等^[7]提出利用表征汽泡受力的无 量纲数组成的无量纲方程来预测汽泡的浮升直 径。本文拟从基本汽泡受力方程出发,针对各 力的关键因素进行理论推导,构建表征汽泡受 力的无量纲数,尝试建立适用于过冷流动沸腾 工况汽泡浮升直径的无量纲模型,并与公开发 表文献中的实验数据进行对比以验证无量纲模 型的可靠性。

1 理论分析

过冷流动沸腾过程中,汽泡在加热壁面生 长时的受力示意图如图1所示,汽泡沿 *x* 方向 (平行壁面)与 *y* 方向(垂直壁面)的受力方程 分别为:

$$\sum F_{x} = F_{qs} + F_{sx} + F_{bx} + F_{dux} \qquad (1)$$

$$\sum F_{y} = F_{sl} + F_{sy} + F_{by} + F_{duy} + F_{h} + F_{cp} \qquad (2)$$

式中:F_{qs}为流动液体对汽泡施加的曳力;F_s为 维持汽泡稳定状态的表面张力;F_b为两相密度 差引起的浮升力;F_{du}为汽泡非均匀生长带来的 生长力;F_{sl}为流体速度梯度引起的剪切升力; F_h为汽泡接触面顶部压力带来的水动压力; F_{cp}为汽泡内外压差引起的接触压力。

Yun 等^[8] 通过实验得到汽泡直径与接触 直径之比接近 60,即 D_b/d_w =60,因此,仅含 d_w 的水动压力、接触压力与含 D_b 的曳力、浮升 力、生长力、剪切升力相比,为小量;虽然表面张 力不含 D_b ,但是 Zeng 等^[9]的研究表明,与表面 张力相比,水动压力、接触压力均可忽略。因 此,本文在后续理论推导中,忽略水动压力与接 触压力的作用。



图 1 流动沸腾汽泡受力示意图 Fig. 1 Schematic diagram of force acting on bubble in flow boiling

理论研究^[3-6]认为,汽泡脱离的临界条件是 $\sum F_x$ 恰好不等于 0,汽泡浮升的临界条件是 $\sum F_y$ 恰好不等于 0,因此,分别求解临界方程 $\sum F_x = 0$ 和 $\sum F_y = 0$ 即可获得汽泡的脱离 直径与浮升直径。

1.1 汽泡生长力的无量纲化

已有研究^[3,10]认为,生长力是汽泡附加虚 拟质量受到的非稳定曳力,Chen等^[10]提出的 附加虚拟质量模型为:

$$m_{\rm v} = \rho_{\rm l} V_{\rm v} = \rho_{\rm l} \, \frac{11}{12} \pi R_{\rm b}^3$$
 (3)

式中: m_v 为生长汽泡质量, $kg;\rho_l$ 为液相密度, $kg/m^3;V_v$ 为生长汽泡体积, $m^3;R_b$ 为汽泡半径, m_o

汽泡生长方向 θ_i 的动量定理可写为:

$$F_{\rm du} = \frac{\mathrm{d}(m_{\rm v}U_i)}{\mathrm{d}t} \tag{4}$$

式中,Ui 为汽泡沿生长方向速度,m/s。

汽泡沿生长方向速度 U_i 的大小为 2dR_b/dt,进而整理得到生长力表达式为:

$$F_{\rm du} = \rho_{\rm l} \pi R_{\rm b}^2 \Big(\frac{11}{2} \dot{R}_{\rm b}^2 + \frac{11}{6} R_{\rm b} \ddot{R}_{\rm b} \Big) \qquad (5)$$

对表征汽泡生长速度的汽泡生长率模型 $R_{\rm b}(t) = f(t)$ 进行推导如下。

由质量守恒可知,单位时间内汽泡质量的 变化量等于汽-液界面蒸发产生的质量,可表 示为:

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left(\frac{4}{3} \pi R_{\mathrm{b}}^{3} \rho_{\mathrm{g}}\right) = 4 \pi R_{\mathrm{b}}^{2} m_{\mathrm{lg}} \tag{6}$$

式中:ρg 为汽相密度,kg/m³;m_{1g}为蒸发质量流 率,满足式(7)所示能量守恒方程。式(7)的物 理含义是单位时间、单位质量的液体自汽泡界 面外部输运进汽泡内部时,其能量的增加量等 于汽泡界面处的热流密度。

$$m_{\rm lg}(h_{\rm in} - h_{\rm out}) = q_{\rm lg} \tag{7}$$

式中: h_{in} 、 h_{out} 分别为液体输运的内、外焓值, J/kg; q_{lg} 为汽泡界面热流密度, W/m^2 。

忽略汽相密度的变化,联立式(6)、(7)可得:

$$\frac{\mathrm{d}R_{\mathrm{b}}}{\mathrm{d}t} = \frac{q_{\mathrm{lg}}}{\rho_{\mathrm{g}}(h_{\mathrm{in}} - h_{\mathrm{out}})} \tag{8}$$

汽泡界面热流密度可由傅里叶定律求得:

$$q_{\rm lg} = -k_1 \left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r=R_{\rm b}} \tag{9}$$

式中, k_1 为液相导热系数, $W/(m \cdot K)$ 。

汽泡所处温度场满足球坐标下无内热源的 非稳态导热方程:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \eta \, \frac{1}{r^2} \, \frac{\partial}{\partial r} \Big(r^2 \, \frac{\partial T}{\partial r} \Big) \tag{10}$$

式中, η 为热扩散系数,m²/s。根据文献[11]的 假设,认为汽泡在无限大的静止过热液体中生 长,液体温度为 T_1 ,汽泡表面温度为 T_1^{ss} ,满足 $T_1^{ss} < T_1$ 。因此,式(10)的初始条件和边界条件 如下:

$$t = 0, r = R_{\rm b}, T = T_{\rm l}^{\rm gs}$$
 (11)

$$t = 0, r > R_{\rm b}, T = T_1$$
 (12)

$$r = R_{\rm b}, T = T_{\rm c}^{\rm gs} \tag{13}$$

$$r = \infty, T = T_1 \tag{14}$$

联立式(9)~(14)得到汽泡界面热流密度 表达式:

$$q_{\rm lg} = \rho_{\rm l} c_{\rho \rm l} (T_{\rm l} - T_{\rm l}^{\rm gs}) \sqrt{\frac{3\eta}{\pi t}} \qquad (15)$$

将式(15)代入式(8),得到汽泡生长速 率为:

$$\frac{\mathrm{d}R_{\rm b}}{\mathrm{d}t} = \frac{\rho_{\rm l}c_{\rho\rm l}(T_{\rm l} - T_{\rm l}^{\rm gs})}{\rho_{\rm g}(h_{\rm in} - h_{\rm out})}\sqrt{\frac{3\eta}{\pi t}} \qquad (16)$$

假设汽泡表面温度 T_1^{gs} 为对应压力下汽相 的饱和温度 T_{sat} ,并用壁面温度 T_w 表示过热液 体温度 T_1 ,用汽化潜热 h_{fg} 表示焓升 $h_{in} - h_{out}$, 整理式(16)可得:

$$\frac{\mathrm{d}R_{\mathrm{b}}}{\mathrm{d}t} = Ja\sqrt{\frac{3\eta}{\pi t}} \tag{17}$$

$$Ja = \frac{\rho_{\rm l}c_{\,\rm pl}\Delta T_{\rm w}}{\rho_{\rm g}h_{\rm fg}} \tag{18}$$

Ja 是衡量汽泡生长的过热液体边界层温度的无量纲数。 $\eta = k_1 / \rho_1 c_{Pl}$,为液相的热扩散系数,表征液体边界层温度趋于均匀的能力。对于过冷流动沸腾过程,引入 Pr来考虑 η 的影响,对 η 作无量纲处理,表征液体温度边界层发展速度的相对大小,同时,Pr 也考虑了流动边界层对汽泡生长的影响。

因此,汽泡生长速率 dR_b/dt 可由无量纲数 Ja 和 Pr 表示,由式(5)可知,汽泡生长力 F_{du} 的相对大小可由无量纲数 Ja 和 Pr 表示。

1.2 其他力的无量纲化

生长汽泡所受各力均与汽泡尺寸 R_b 密切 相关,本节仅对汽泡受到各力的关键因素进行 无量纲处理。

表面张力 F_s 的主要影响因素包括表面张力 系数σ和接触角θ,在垂直壁面方向,引入无量纲 数 Ca 来表示表面张力的相对大小,Ca 的物理意 义为黏性力与表面张力的相对大小,其表达式为:

$$Ca = \frac{\mu_{\rm g} U_{\rm g}}{\sigma \sin \theta} \tag{19}$$

考虑接触角 $\theta=0$ °的特殊情况,表面张力在 垂直壁面方向的分量为 0,故接触角以 sin θ 的 形式存在。

剪切升力 F_{s1} 由汽泡附近流体的速度梯度 引起,其代表量是流体与汽泡质心的速度差 ΔU ,对于在核化点生长的汽泡,质心速度为 0, 故可认为 $\Delta U = U_1$ 。引入无量纲数 Re 来反映 流体流速 U_1 的相对大小,Re 的表达式为:

$$Re = \frac{\rho_{\rm l} U_{\rm l} l_{\rm c}}{\mu_{\rm l}} \tag{20}$$

l。为特征长度,其表达式为:

$$l_{\rm c} = \sqrt{\sigma/g(\rho_{\rm l} - \rho_{\rm g})} \tag{21}$$

浮升力 F_b 是由汽-液相密度差引起的,其影 响因素为密度差项(ρ-ρ_g)g,引入无量纲数 Ar 来表示浮升力的相对大小,Ar 的物理意义为浮 升力与黏性力的相对大小,此处引入黏性力是为 了抵消 Ca 中引入的黏性力,Ar 的表达式为:

$$Ar = \frac{(\rho_{\rm l} - \rho_{\rm g}) g \rho_{\rm l} l_{\rm c}^3}{\mu_{\rm l}^2}$$
(22)

对于汽泡尺寸,将其提取出来单独考虑,以 获得显式模式。引入 Bo 来对汽泡尺寸进行无 量纲化处理,Bo 表示浮升力与表面张力的相对 大小,未带来其他力的干扰。Bo 的表达式为:

$$Bo = \frac{(\rho_{\rm l} - \rho_{\rm g})gD_{\rm b}^2}{\sigma}$$
(23)

考虑汽泡浮升的临界时刻,垂直壁面的受 力平衡恰好被打破,为简化理论模型,参考量纲 分析的π定理,假设表征各力的无量纲数满足 简单的乘积关系,建立预测流动沸腾汽泡浮升 直径的无量纲模型表达式:

 $Bo = Ja^{c_1} Pr^{c_2} Re^{c_3} Ca^{c_4} Ar^{c_5}$ (24) 式中, $C_1 \sim C_5$ 为经验常数,基于 Okawa 等^[12]的 实验数据得到其值分别为 1.95、-5.89、-0.41、-1.63、-1.12。即本文建立预测汽泡浮升直 径的新模型为:

 $Bo = Ja^{1.95} Pr^{-5.89} Re^{-0.41} Ca^{-1.63} Ar^{-1.12}$ (25)

该模型基于过冷流动沸腾加热壁面生长汽 泡的受力方程建立,故模型适用对象为过冷流 动沸腾过程加热壁面的生长汽泡。由于模型用 特征长度*l*。表征汽泡生长局部区域的尺寸,暂 未考虑通道尺寸与截面形状对汽泡浮升行为的 影响。

考虑到 Hamzekhani 等^[7]也提出了预测汽 泡浮升直径的无量纲数模型,做出基于 Okawa 等^[12]的实验数据修正后的 Hamzekhani 模型:

 $Bo = Ca^{-2.89} Ja^{3.01} Ar^{2.82}$ (26)

2 结果与分析

图 2 为新模型与修正后 Hamzekhani 模型 对汽泡浮升直径的预测情况。结果表明,新模 型有 96.4%的预测值与实验值的相对偏差在 ±20%以内,说明新模型能较好地预测过冷流 动沸腾工况中汽泡的浮升直径。修正后的 Hamzekhani 模型仅有 51.7%的预测值与实验 值的相对偏差在±20%以内,说明 Hamzekhani 建立的无量纲数模型对过冷流动沸腾工况中汽 泡浮升直径的预测能力相对较差。进一步分析 可认为,对于流动沸腾过程汽泡浮升直径的预 测,仅依靠 Ca、Ja 与 Ar 3 个无量纲数来分析 汽泡受力是不够的,须引入 Re 和 Pr 两个无量 纲数,以考虑浮升方向剪切升力的作用,以及过 冷流体对汽泡生长速率的影响。

为验证新模型(式(25))的拓展性,选用 Zeng等^[4]以有机液体 R113 进行的流动沸腾实 验数据进行验证,验证结果如图 3 所示。新模 型有 62.6%的预测值与实验值的相对偏差在 ±20%以内,有 91.9%的预测值与实验值的相 对偏差在±30%以内,说明本文建立的预测汽 泡浮升直径的无量纲模型具有一定的应用拓 展性。



图 2 新模型、修正后 Hamzekhani 模型的预测值与 Okawa 汽泡浮升直径实验值的对比 Fig. 2 Predictions of bubble lift-off diameter by new model and modified Hamzekhani's model versus experimental data of Okawa



by new model versus experimental data of Zeng

汽泡浮升直径随 Ja、Re 与 Ca 的变化规律 如图 4所示,发现汽泡浮升直径随 Ja 的增加而 升高,随 Re、Ca 的增加而降低。Ja 是衡量汽 泡生长力大小的无量纲数,Ja 越大,反映汽泡 生长力越大,生长力抑制了汽泡的浮升效应,导 致汽泡浮升难度增加,浮升直径升高。Re 是衡 量汽泡剪切升力的无量纲数,Re 越大,剪切升 力越大,剪切升力促进了汽泡的浮升效应,导致 汽泡浮升难度降低,浮升直径降低。Ca 是衡量 表面张力大小的无量纲数,由于表面张力系数 在 Ca 的分母中,故 Ca 越大,反映表面张力越 小,表面张力抑制了汽泡的浮升效应,导致汽泡 浮升难度降低,浮升直径降低。

汽泡浮升直径随 Pr 和 Ar 的变化规律如 图 5 所示,发现汽泡浮升直径随 Pr、Ar 的增 加而降低。Pr 是衡量流动工况流动边界层与 温度边界层之比的无量纲,Pr 越大,说明流动 边界层效应较温度边界层越强,越不利于汽 泡生长,故在汽泡受力不变的情况下,Pr 升高 减慢了汽泡的生长速度,有降低浮升直径的 效果。Ar 是衡量浮升力相对大小的无量纲, Ar 越大,浮升力效应越强,浮升力促进了汽泡 的浮升效应,导致汽泡浮升难度降低,浮升直 径降低。



图 5 汽泡浮升直径随 Pr 与 Ar 的变化 Fig. 5 Bubble lift-off diameter variation with Prandtl number and Archimedes number

3 结论

理论分析是过冷流动沸腾过程汽泡行为研究的核心之一。本文将影响汽泡受力的关键因素无量纲化,建立了预测过冷流动沸腾汽泡浮升直径的无量纲模型,并结合实验数据对模型进行了验证。验证结果表明,模型预测值与实验值符合较好,能预测水与 R113 工质中汽泡的浮升直径;无量纲模型能预测汽泡浮升直径随各无量纲数的变化规律,浮升直径随 Ja 的增加而升高,随 Re、Ca、Pr 与 Ar 的增加而降低。

参考文献:

- [1] BASU N. Modeling and experiments for wall heat flux partitioning during subcooled flow boiling of water at low pressures [M]. USA: University of California, 2003.
- [2] FRITZ W. Berechnung des maximalvolume von dampfblasen[J]. Phys Z, 1935, 36: 379-388.
- [3] KLAUSNER J F, MEI R, BERNHARD D M, et al. Vapor bubble departure in forced convection boiling[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1993, 36(3): 651-662.
- ZENG L Z, KLAUSNER J F, BERNHARD D M, et al. A unified model for the prediction of bubble detachment diameters in boiling systems, II: Flow boiling[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1993, 36(9): 2 271-2 279.
- [5] AL-HAYES R A M, WINTERTON R H S. Bubble diameter on detachment in flowing liquids [J]. International Journal of Heat and Mass

Transfer, 1981, 24(2): 223-230.

- [6] XU J J, CHEN B D, XIE T Z. Experimental and theoretical analysis of bubble departure behavior in narrow rectangular channel [J]. Progress in Nuclear Energy, 2014, 77: 1-10.
- [7] HAMZEKHANI S, FALAHIEH M M, AK-BARI A. Bubble departure diameter in nucleate pool boiling at saturation: Pure liquids and binary mixtures[J]. International Journal of Refrigeration, 2014, 46: 50-58.
- [8] YUN B J, SPLAWSKI A, LO S, et al. Prediction of a subcooled boiling flow with advanced two-phase flow models[J]. Nuclear Engineering and Design, 2012, 253: 351-359.
- [9] ZENG L Z, KLAUSNER J F, MEI R. A unified model for the prediction of bubble detachment diameters in boiling systems, I : Pool boiling[J]. International Journal of Heat and Mass Transfer, 1993, 36(9): 2 261-2 270.
- [10] CHEN Y, GROLL M, MERTZ R, et al. Force analysisi for isolated bubbles growing from smooth and evaporator tubes[M] // Transactions of the Institute of Fluid-Flow Machinery. [S. l.]: [s. n.], 2003: 57-74.
- [11] KOLEV N I. Multiphase flow dynamics, 2: Thermal and mechanical interactions[M]. USA: Springer Science & Business Media, 2007.
- [12] OKAWA T, KUBOTA H, ISHIDA T. Simultaneous measurement of void fraction and fundamental bubble parameters in subcooled flow boiling[J]. Nuclear Engineering and Design, 2007, 237(10): 1 016-1 024.