

# 蒙特卡罗全局权窗和均匀裂变源方法 在全堆临界计算中的应用研究

张显<sup>1</sup>, 刘仕倡<sup>1,\*</sup>, 强胜龙<sup>2</sup>, 张文鑫<sup>2</sup>, 尹强<sup>2</sup>, 崔显涛<sup>2</sup>, 陈义学<sup>1</sup>

(1. 华北电力大学核科学与工程学院, 北京 102206;

2. 中国核动力研究设计院核反应堆系统设计技术国家重点实验室, 四川 成都 610213)

**摘要:**蒙特卡罗方法在大型裂变反应堆模拟时,由于不同区域的功率密度有较大差异,与高功率区域相比,低功率区域的粒子数相对不足,统计误差也较大。针对这类具有全局特征的蒙特卡罗输运计算问题,为获得中子通量在全空间的准确统计,本文针对全局权窗(global weight window, GWW)方法和均匀裂变源(uniform fission site, UFS)方法两类减方差算法展开了研究,在蒙特卡罗程序RMC中开发了基于通量的GWW功能,将GWW算法以及两类UFS算法应用于Hoogenboom-Martin压水堆全堆基准题,实现了较好的全局减方差效果,降低了堆芯计算的不对称程度,计算效率有较大提高。为结合两种减方差算法的优势,本文在蒙特卡罗程序RMC中开发了GWW与UFS的组合算法,并应用于压水堆全堆临界计算。结果表明,该方法在相同的计算条件下,堆芯外围的方差进一步减小,计算效率得到进一步提升,验证了该方法在全堆临界计算中的有效性。

**关键词:**蒙特卡罗;全局减方差;权窗;均匀裂变源;全堆

**中图分类号:**TL32 **文献标志码:**A **文章编号:**1000-6931(2021)S0-0066-07

**doi:**10.7538/yzk.2020.youxian.0760

## Application of Monte Carlo Global Weight Window and Uniform Fission Site Methods in Full Core Criticality Calculation

ZHANG Xian<sup>1</sup>, LIU Shichang<sup>1,\*</sup>, QIANG Shenglong<sup>2</sup>, ZHANG Wenxin<sup>2</sup>,  
YIN Qiang<sup>2</sup>, CUI Xiantao<sup>3</sup>, CHEN Yixue<sup>1</sup>

(1. School of Nuclear Science and Engineering, North China Electric Power University, Beijing 102206, China; 2. Science and Technology on Reactor System Design Technology Laboratory, Nuclear Power Institute of China, Chengdu 610213, China)

**Abstract:** When the Monte Carlo method is used to simulate a large-scale fission reactor, the power density of different regions varies greatly. Compared with the high-power region, the number of particles in the low-power region is relatively insufficient, and the statistical error is also larger. For this kind of Monte Carlo transport calculation problem with global characteristics, in order to obtain accurate statistics of neutron flux

in the whole space, the global weight window (GWW) method and the uniform fission site (UFS) method were studied in this paper, and the flux-based GWW function was developed in RMC. The GWW function and two UFS functions were applied to the Hoogenboom-Martin PWR whole core benchmark, which achieves a better global variance reduction effect, reduces the asymmetry of the reactor core calculation and greatly improves the calculation efficiency. In order to combine the advantages of the two kinds of variance reduction algorithm, the combined algorithm of GWW and UFS was developed in the Monte Carlo code RMC and applied to the critical calculation of the PWR. The results show that under the same calculation conditions, with adoption of the combined algorithm, the variance of the periphery of reactor core is further reduced and the calculation efficiency is greatly improved, which verifies the effectiveness of the method in the critical calculation of the whole core.

**Key words:** Monte Carlo; global variance reduction; weight window; uniform fission site; full core

在反应堆计算中,基于概率统计的蒙特卡罗方法<sup>[1-2]</sup>可模拟粒子和物质的相互作用,且可精细处理复杂几何,蒙特卡罗方法具有高保真特性。但在反应堆内,堆芯低功率区域裂变产生的中子数量低,统计误差大,相反高功率区域产生的中子数多,统计误差较小,所以通常高功率区域的计数量的统计误差已可满足要求,而低功率区域的计数量的统计误差还处于较大的水平。这一问题不仅会导致物理对称区域的计算不对称程度加大,且在物理热工耦合计算中,不确定性在两种计算下相互传递,最终导致结果难以收敛<sup>[3]</sup>。

根据核工程计算的实际需求,普遍采用“95/95 标准”衡量蒙特卡罗程序的计算精度,即在至少 95% 置信水平下,计算统计误差小于 1% 的区域占比大于 95%<sup>[4]</sup>。如通过运输足够多的粒子去使计算精度达到“95/95 标准”,增大的样本数绝大部分会分配给高功率区域,大量机会消耗在追踪高功率区域的中子上,耗费相当大的计算资源。

针对此类具有全局特性的蒙特卡罗运输精细计算问题,现在主要有两类全局减方差方法:1) 全局权窗(global weight window, GWW)方法,例如 Andrew 等开发的 MAGIC 方法<sup>[5]</sup>,该方法依据重要性函数产生针对全局的网格权窗分布,引导更多粒子到达中子注量率较低的区域,较大程度提高计算效率;2) 均匀裂变源(uniform fission site, UFS)方法<sup>[6]</sup>,该方法通

过对裂变源进行偏倚抽样,增加低中子注量率网格的源中子,同时减少高中子注量率网格的源中子,使得裂变源个数均匀化,能有效缓解计算不对称性问题。

为进一步验证 GWW 和 UFS 在全堆临界计算中的效果,基于本文在蒙特卡罗程序 RMC 中开发的 GWW 功能和已具备的 UFS 功能,本研究将两种方法应用于 Hoogenboom-Martin 全堆基准题<sup>[7]</sup>,并进一步开发 GWW 和 UFS 的组合算法,拟达到较使用单一方法更优的减方差效果。

## 1 算法原理

### 1.1 全局权窗方法原理

采用全局权窗减方差方法,是为让粒子更均匀运输到整个模型区域,以获得中子通量在全空间的准确统计。因此,在通量较低的区域,即粒子难以到达的区域,需设置较低的权窗下界,来使粒子更多分裂,实现减方差效果;在高通量区域,需设置较高的权窗下界,使较多粒子进行轮盘赌,降低粒子数,提高计算效率。

权窗参数若仅通过猜测和经验来试数获得,不仅会耗费大量时间,权窗效果也通常不佳,尤其是针对复杂几何模型,几乎不可能得到合适的权窗参数。本文采用基于通量的权窗参数设置公式,实现权窗参数的自动生成。权窗下限参数的设置公式<sup>[8]</sup>为:

$$W_{th} = \begin{cases} \frac{2}{\beta+1} \frac{\phi_i}{\max(\phi_i)} & \phi_i \neq 0 \\ \min(W_{th}, \phi_i \neq 0) & \phi_i = 0 \end{cases} \quad (1)$$

其中： $\phi_i$  为当前区域的通量； $\max(\phi_i)$  为全空间的最大通量； $\beta$  为权窗上限与下限的比值，设为 5。

首先，直接模拟粒子输运建立全空间的通量分布，然后根据权窗下界的生成公式，求得全局权窗分布，再利用权窗进行输运计算，得到中子通量的全堆精细分布。

## 1.2 均匀裂变源法原理

均匀裂变源法通过保证结果无偏的情况下调整源中子分布，来减小堆芯计算的不确定度。在蒙特卡罗程序的标准中子输运过程中，1 个人射中子碰撞产生的裂变中子数  $n_{std}^{[9]}$  为：

$$n_{std} = \omega \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_t} \quad (2)$$

其中： $\omega$  为发生碰撞的中子权重； $\nu$  为平均裂变中子数； $\Sigma_f$  为宏观裂变中子截面； $\Sigma_t$  为宏观总截面。

在使用 UFS 方法时，将堆芯内的裂变材料区域划分成若干个均匀网格，引入源偏倚因子  $\beta_i$ ，将网格  $i$  内每次碰撞产生的裂变中子数调整为：

$$n_{UFS} = \omega \frac{\nu \Sigma_f}{\Sigma_t} \beta_i \quad (3)$$

同时，中子的权重由 1 改变为  $1/\beta_i$ ，以保证结果的无偏性。本文按式(4)设置偏倚因子的方法称为 UFS1。

$$\beta_i = \frac{N_t}{m N_i} \quad (4)$$

按式(5)设置偏倚因子的方法称为 UFS2。

$$\beta_i = \frac{N_{max}}{N_i} \quad (5)$$

其中： $N_t$  为总的裂变源中子数； $m$  为总的网格数； $N_i$  为网格  $i$  的裂变源中子数； $N_{max}$  为所有网格中最大的裂变源中子数。

在 RMC 临界计算模式下，采用均匀裂变源方法时，程序会定位每个源中子所在的网格，求得源偏倚因子，对中子进行轮盘赌或分裂，调整源中子的权重，使其分布更均匀。

## 2 数值验证

### 2.1 模型介绍

本文选取 Hoogenboom 与 William Martin

共同提出的压水堆全堆模型 Hoogenboom-Martin(H-M)基准题开展减方差的应用研究，如图 1 所示，该模型堆芯径向半径为 209 cm，轴向高度为 366 cm，共包含 241 个燃料组件，燃料组件为  $17 \times 17$  布置；每个组件内呈现  $17 \times 17$  的棒分布，包含 264 个燃料棒和 25 个控制棒通道。

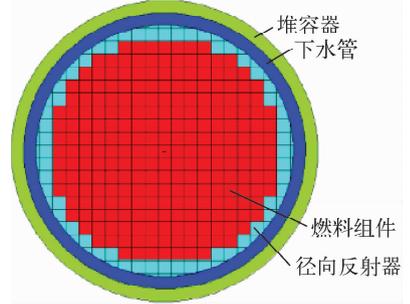


图 1 Hoogenboom-Martin 模型横向截面

Fig. 1 Cross section of Hoogenboom-Martin model

本文将堆芯沿横向和纵向划分成  $289 \times 289$  的网格，其中燃料区网格共计 69 649 个。计算条件为非活跃代数 300，活跃代数 500，每代初始粒子数 100 000，采用 50 核并行计算。对该基准题分别使用 4 种算法计算，UFS1 方法、UFS2 方法、GWW 方法以及 UFS+GWW 组合法。

### 2.2 UFS 方法数值验证

临界计算模式下，在非活跃代中，临界源还未收敛，所以为减少源的慢收敛性对源偏倚因子的影响，关闭 UFS 功能直到活跃代开始。另外，在中子注量率偏低的区域，UFS 方法可能产生极低权重的中子，当中子权重小于截断权重时，中子将会进行轮盘赌。但若中子的截断权重设置过高，就会极大影响 UFS 的效果。对此，在 RMC 程序的 UFS 算法中，将中子的截断权重设置为  $0.25/\beta_i$ ，实现根据网格的裂变源较自动调整截断权重的效果<sup>[10]</sup>。

蒙特卡罗输运计算中，与高功率区域相比，低功率区域的统计误差通常更大。图 2a 所示为基准模型径向功率密度的分布，从图中可看出本文分析的基准模型的功率分布具有显著不均匀性，这将导致相对不确定性非常不均匀分布，如图 2b 所示。

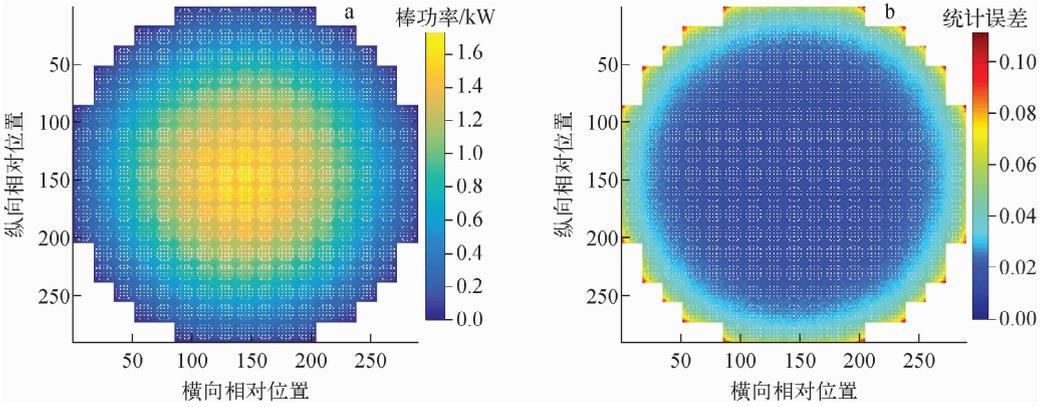


图 2 H-M 基准题堆芯结果分布

Fig. 2 Result distribution of H-M benchmark core

在反应堆计算中,若堆芯结构呈现对称性,理论上,对称结构之间的计算结果应相同,但蒙特卡罗方法是基于概率统计的方法,由于统计误差的存在,几何对称区域的结果存在一定的偏差,这种现象称为计算不对称性。UFS方法能在一定程度上缓解蒙特卡罗全堆计算的不对称现象<sup>[11]</sup>。

若堆芯呈  $1/n$  对称,将全堆划分成  $n$  个对称区域,对称区域的  $n$  个物理量  $x_i (i=1, 2, 3, \dots, n)$  的标准偏差为:

$$S = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}} \quad (6)$$

本文引入不对称系数  $C_v$  对堆芯结算结果的不对称度进行定量描述,  $C_v$  越大则表示结果的不对称程度越大,反之则越小。

$$C_v = S/\bar{x} \quad (7)$$

H-M 基准题模型具有  $1/4$  对称性,本文分别得到了 Basic(基本算法)、UFS1 和 UFS2 3 种

情况下  $1/4$  堆  $C_v$  的分布,如图 3 所示,不使用 UFS 算法时,堆芯外围的计算不对称程度明显较中心的不对称程度大,  $C_v$  的平均值为 0.025; 使用 UFS1 算法时,堆芯外围的  $C_v$  明显降低,计算不对称程度较 Basic 的小,  $C_v$  的平均值降至 0.018; UFS2 算法的计算不对称程度相较 UFS1 有更进一步的改善,  $C_v$  的平均值降至 0.012。两类 UFS 算法对全堆计算不对称程度的降低均有显著效果。

为进一步对比减方差效果,引入以下参考量表征计算精度和计算效率。

平均相对偏差:

$$AV. Re = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N Re_i^2}{N}} \quad (8)$$

平均品质因子:

$$AV. FOM = \frac{1}{TAV. Re^2} \quad (9)$$

95% 统计误差:

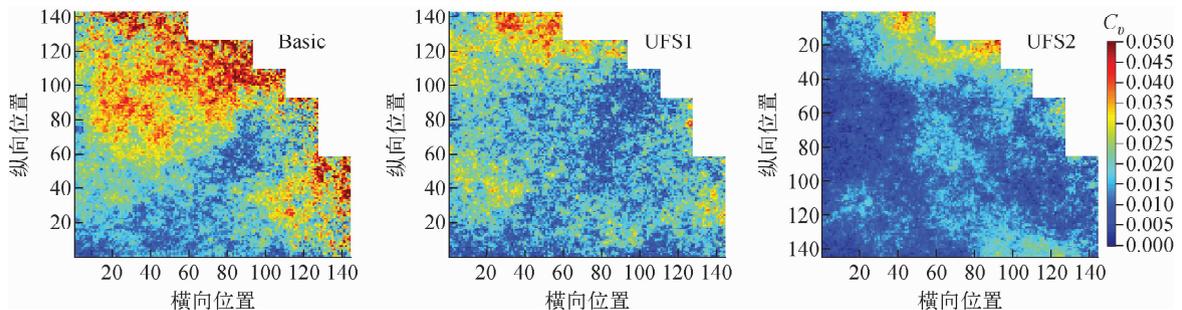


图 3 H-M 基准题  $C_v$  分布(1/4 堆芯)

Fig. 3  $C_v$  distribution of H-M benchmark (1/4 core)

相对不确定度小于  $95^{\text{th}}$ . Re 的区域占比等于 95%。

95%品质因子:

$$95^{\text{th}}. \text{FOM} = \frac{1}{T95^{\text{th}}. \text{Re}^2} \quad (10)$$

其中,  $T$  为计算时间。

表 1 列出了 3 种计算条件下中子注量率的统计误差和品质因子。UFS1、UFS2 算法的平

均品质因子分别是不使用 UFS 算法的 2 倍和 1.26 倍。针对“95/95 标准”, UFS1 和 UFS2 计算效率分别提升至不使用 UFS 算法的 3.69 倍和 1.62 倍。计算效率的提高方面, UFS1 算法的效果较 UFS2 算法更好。

综合考虑堆芯计算的不对称程度和计算效率两方面, UFS1 算法略优于 UFS2 算法。

表 1 H-M 基准题的 UFS 算法比较

Table 1 UFS algorithm comparison of H-M benchmark

计算条件	$95^{\text{th}}$ . Re	AV. Re	计算时间/min	$95^{\text{th}}$ . FOM	AV. FOM
Basic	0.021	0.012	57.589	38.016	119.857
UFS1	0.013	0.010	41.526	140.197	238.765
UFS2	0.010	0.006	160.427	61.727	151.364

### 2.3 GWW 方法数值验证

统计所有 69 469 个网格区域的中子注量率的统计误差, 并以 0.1% 的分辨率归入统计分箱。图 4 示出了统计误差落在每个分箱内的网格比例。可定性看到, 使用 GWW 情况下的统计误差的频率较集中地落在 0.6%~1.0% 区间内, 使用 GWW 的统计误差分布较未使用 GWW 方法的峰值大得多。这意味着 GWW 方法的使用导致了空间上更平坦的统计误差分布。

表 2 列出了两种计算条件下的统计结果, 从表 2 可看出, 使用 GWW 后的最大统计误差降至基本算法的 0.5 倍, 最小统计误差和基本算法几乎相同。使用 GWW 后的平均品质因子达到了基本算法的 2 倍, 计算效率显著提升。

### 2.4 UFS+GWW 组合数值验证

GWW 算法旨在通过降低粒子难以到达的区域权窗的参数, 使粒子更多地进行分裂, 让粒子可被输运到该区域, 提高计算精度。UFS 算法依据源裂变比, 增加低中子注量率网格的源中子, 同时减少高中子注量率网格的源中子, 改变源中子的分布。尽管两种算法的作用机制不同, 但本质上是在保证结果无偏的情况下使粒子的分布趋向均匀。在蒙特卡罗临界计算模式下, 反应堆堆芯的本征值计算中, 针对堆芯边缘处的统计误差偏大的问题, UFS 算法和 GWW 算法均能起到有效的缓解作用, 从而提高全堆计算效率。为研究能否结合两种算法的优势, 本文选用较优的 UFS1 算法与 GWW 算法组合应用到 H-M 基准题的全堆计算中。图 5 示出

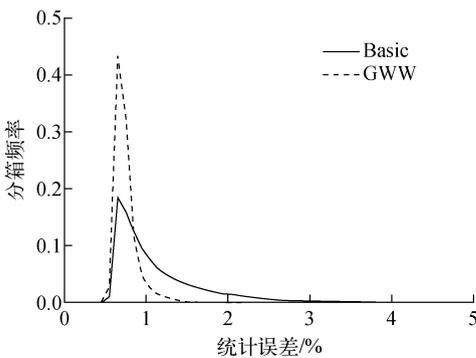


图 4 统计误差的分箱分布

Fig. 4 Binned distribution of statistical error

表 2 使用和不使用 GWW 的计算结果

Table 2 Calculation results with and without GWW method

计算条件	max. Re	min. Re	AV. Re	计算时间/min	min. FOM	max. FOM	AV. FOM
Basic	0.045	0.005	0.012	57.589	8.701	593.773	119.857
GWW	0.022	0.006	0.008	72.904	28.615	461.073	239.202

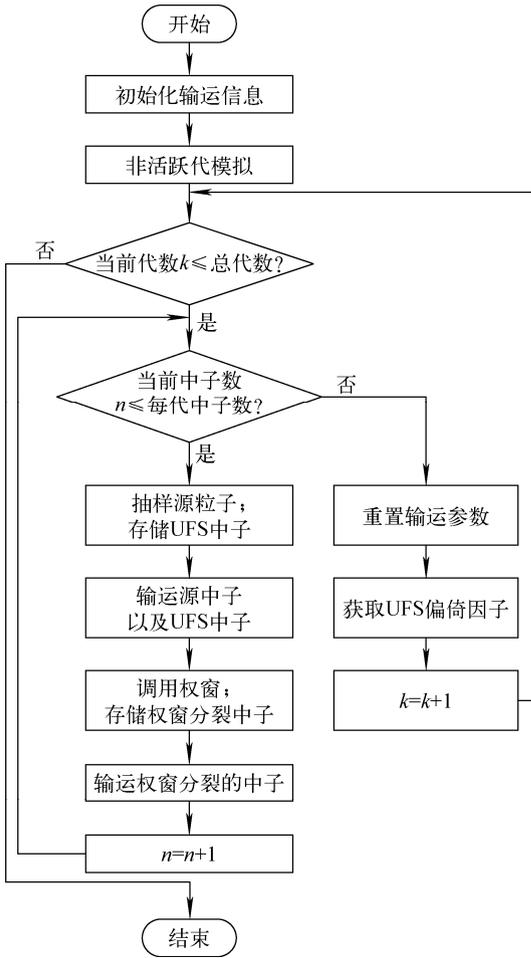


图 5 UFS+GWW 组合算法流程

Fig. 5 UFS+GWW combination algorithm flow

了使用组合算法时的中子输运模拟流程。当临界计算的非活跃代模拟完毕后,每抽样 1 个源中子,需调用 UFS 方法,调整源中子权重并存储分裂的中子随后进行输运,在输运过程中,每当中子穿过几何边界面、发生碰撞及每飞行 1 倍

平均自由程的距离,需检查中子权重并调用 GWW 方法,将权窗分裂产生的中子存储到临时中子库中,待 UFS 分裂的源中子模拟完毕后再抽取进行输运模拟。

统计误差的累积分布如图 6 所示,使用权窗 UFS1 情况下的统计误差较集中落在 0.6%~1.0% 区间内,统计误差分布较基本算法更平坦。结合使用 UFS1 和 GWW 后,统计误差集中落在 0.55%~0.85% 区间内,相较单独使用 UFS1 算法,全堆的计算精度得到了进一步的提高。

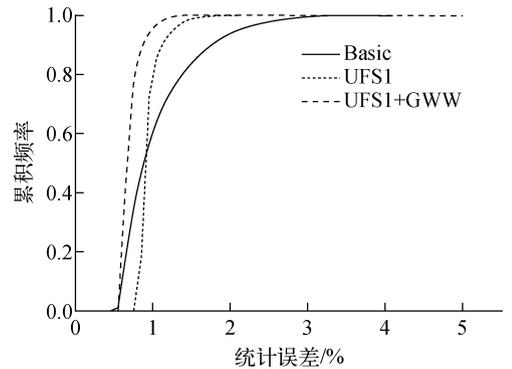


图 6 统计误差的累积分布

Fig. 6 Cumulative distribution of statistical errors

表 3 列出了 UFS1 算法和 GWW 结合使用的计算效率。从表 3 可看出,结合使用 UFS1 和 GWW 算法后,最大统计误差较单独使用 GWW 算法下降了 22%,计算时间减少了 10%。从计算效率上看,UFS1 和 GWW 结合的平均统计误差的 FOM(AV. FOM) 相较单独使用 GWW 提高了 9.2%,最大统计误差的 FOM(min. FOM) 增大了 82%。

表 3 统计结果对比

Table 3 Comparison of statistical results

计算条件	max. Re	min. Re	AV. Re	计算时间/min	min. FOM	max. FOM	AV. FOM
GWW	0.022	0.006	0.008	72.904	28.615	461.073	239.202
UFS1+GWW	0.018	0.006	0.008	65.295	52.113	459.743	261.345

### 3 结论

针对压水堆全堆临界计算,将蒙特卡罗程序 RMC 中的两类全局减方差算法(全局权窗方法和均匀裂变源法)应用于 Hoogenboom-Martin 基准题。研究结果显示:使用 UFS1 算

法后,不对称系数  $C_0$  的平均值从 0.025 降至 0.018,降低了计算不对称程度,计算效率提高至不使用 UFS 算法的 3.69 倍。使用 GWW 算法后,统计误差的空间分布变得更平坦,最大统计误差降至基本算法的 0.5 倍,提高了堆芯外

围的计算精度。另外,本文将 UFS 算法和 GWW 算法结合,最大统计误差相较单独使用 GWW 算法下降 22%,计算效率提高 9.2%,全堆计算的精度和效率得到进一步提高,验证了该方法在全堆临界计算中的有效性。

#### 参考文献:

- [1] CARTER L L, CASHWELL E D. Particle-transport simulation with the Monte Carlo method [R]. US: USERDA Technical Information Center, 1975.
- [2] BROWN F B. A review of Monte Carlo criticality calculations particle-transport simulation with the Monte Carlo method convergence, bias, statistics [C]//Proc Int Conf Mathematics, Computational Methods & Reactor Physics. US: [s. n.], 2009.
- [3] IVANOV A, SANCHEZ V. Variance reduction in high resolution coupled Monte Carlo thermal-hydraulics calculations[C]// ANS MC2015-Joint International Conference on Mathematics and Computation (M&C), Supercomputing in Nuclear Applications (SNA) and the Monte Carlo (MC) Method. US: [s. n.], 2015.
- [4] SMITH K S. Monte Carlo for practical LWR analysis: What's needed to get to the goal[J]. Transactions of the American Nuclear Society, 2011, 104: 313-318.
- [5] DAVIS A, TURNER A. Comparison of global variance reduction techniques for Monte Carlo radiation transport simulations of ITER[J]. Fusion Eng Des, 2011, 86(9): 2 698-2 700.
- [6] JESSICA L H, THOMAS M S. A method for reducing the largest relative errors in Monte Carlo iterated fission-source calculations [C] // M&C 2013. US: [s. n.], 2013.
- [7] HOOGENBOOM J E, MARTIN W R, BOJAN P. The Monte Carlo benchmark test: Aims, specifications and first results [C] // Proceedings of the International Conference on Mathematics and Computational Methods Applied to Nuclear Science and Engineering. [S. l.]: [s. n.], 2011.
- [8] CHADWICK M B, OBLOINSKY P, HODGSON P E, et al. Pauli-blocking in the quasideuteron model of photoabsorption[J]. Physical Review C, 1991, 44(2): 814-819.
- [9] DANIEL J K, BRIAN N A, BRYAN R H. MC21 analysis of the MIT PWR benchmark: hot zero power result [C] // M&C 2013. US: [s. n.], 2013.
- [10] HUNTER J L, SUTTON T M. A method for reducing the largest relative errors in Monte Carlo iterated-fission-source calculations [C] // M&C 2013. US: [s. n.], 2013.
- [11] 吴屈,范潇,王刚,等. RMC 均匀裂变源方法及其在堆用蒙特卡罗计算不对称性问题中的应用 [J]. 原子能科学技术, 2017, 51(7): 1 232-1 238. WU Qu, FAN Xiao, WANG Gang, et al. RMC uniform-fission-site method and its application to asymmetry of reactor core Monte-Carlo computation [J]. Atomic Energy Science and Technology, 2017, 51(7): 1 232-1 238 (in Chinese).